Magnitude fisikoak, unitateak eta bektoreak

Ion Errea

Gaien Aurkibidea

Erreferentziak

- *Física Universitaria* 13. edizioa. Sears eta Zemansky. Pearson:
  1. kapitulua

- *Fisika zientzialari eta ingeniarientzat.* Fishbane, Gasiorowicz eta Thornton. UPV/EHU:
  1. kapitulua

- *Fisika orokorra.* UEUko Fisika Saila. UEU:
  1. eta 2. kapituluak

1 Magnitude fisikoak

Fisika zientzia esperimentala da, dagoen zientzia esperimentalik oinarrizkoena. Materia espazio eta denboran nola mugitzen den aztertuz unibertsoaren jokaera ulertzea du helburu.

Fisika zientzia esperimentala denez, neurketetan oinarritutako zientzia bat da. Fisikaren teoriak neurketen bidez eta metodo zientifikoa jarraituz ondorioztatzen eta eguneratzen dira. Fisikaren oinarrian beraz neurketa dago. Baina zer da neurtu daitekeena? Magnitude fisiko bat hain zuzen. Magnitude fisikoa neurtu daitekeen edozer gauza da, beraren izaera gizakiaren eraginetik aparte gertatzen delarik.

Matematikoki magnitude fisikoak bi taldetan sailka daitezke:

- **Magnitude eskalarrak**. Zenbaki huts baten bidez zehaztu daitezkeen magnitudeak. Adibidez, masa, denbora, lana, karga elektrikoa . . .

- **Magnitude bektorialak**. Zenbaki soil batez ezin direnak definitu. Zenbaki batez gain norabide eta noranzko bat behar dute ongi definituak egoteko. Hau da, bektore baten bidez zehaztu behar dira. Adibidez, abiadura, eremu elektrikoa, indarra . . .

Magnitude fisikoak elkarren artean erlazionaturik egon ohi dira. Hau da, magnitude batzuk neurtuz beste batzuk ondoriozta ditzakegu. Adibidez, luzera eta denbora neurtuz abiadura ondorioztatu daiteke. Beraz, adiadura magnitude fisikoa luzera eta denbora magnitudeekin erlazionaturik daudela esan dezakegu. Badaude, ordea, beste magnitudeen bidez eman ezin daitezkeen magnitudeak. Hauek, **oinarrizko magnitudeak** dira. Oinarrizko magnitudeetatik ondoriozta daitezkeen beste magnitude guztiak **magnitude eratorriak** dira. Gezurra badirudi ere, oinarrizko magnitudeak soilik sei dira:

- Luzera
- Masa
- Denbora
- Korronte elektrikoa (edo karga elektrikoa)
- Tenperatura
- Argi-intentsitatea

2 Unitateak

Magnitude fisikoen balioak zehazteko ematen diren zenbakiak denontzat ulergarriak izan daitezen, zenbaki horiek erreferentziazko balio batekin konparatu behar ditugu. Erreferentziazko balio horiek dira **unitateak**. Adibidez, Everest mendiak 8848 metro neurtzen dituela diogunean, mendia metroa baino 8848 aldiz handiagoa dela diogu. Konparaketa denontzat ulergarria izan dadin, noski, metroa zer den jakin behar dugu: argiak 1/299792458 segundutan egiten duen distantzia.

Sistema internazionalean oinarrizko magnitudeak ondorengo unitateetan zehazten dira:

- Luzera: metroa (m)
- Masa: kilogramoa (kg)
- Denbora: segundoa (s)
- Korronte elektrikoa: amperea (A); edo karga elektrikoa: Coulomba (C)
- Tenperatura: Kelvin gradua (K)
- Argi-intentsitatea: kandela (cd)

Beste edozein magnitude eratorri zehazteko erabiltzen diren unitateak beraz unitate hauen funtzioan idatzi daitezke. Hots, sistema internazionalean indarra zehazteko erabiltzen den unitatea Newtona (N) da, zein 1 N = 1 kg 1 m 1 s^{-2} baiten oinarrizko unitateetan.

Sarritan sistema internazionalekoak ez diren unitateak erabiltzea komeni da magnitudeen balioak zehazteko. Beste edozein unitate erabiltzen delarik ere, beti dugu aukera hau sistema internazionaleko unitateetan adierazteko. Adibidez, eskala atomikoan oso erabilgarria den Ångström (Å) luzera unitatea 1 Å= 10^{-10} m da.

3 Bektoreak

Magnitude fisiko asko bektorialak dira. Bektore bat $\vec{A}$ notazioarekin adierazten da. Liburu gehienetan $\vec{A} \equiv \mathbf{A}$ notazioa erabiltzen da ordea bektoreak adierazteko. Ohar hauetan $\vec{A}$ notazioa erabiliko dugu edonola ere.

Bektore bat zehazteko bere modulua $|\vec{A}| = A$ eta bere norabidea behar dugu.

$$\vec{A} = A\frac{\vec{A}}{A} = A\hat{A} \tag{1}$$

bezala idazten badugu, non

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{A}, \tag{2}$$

A-k modulua zehazten du eta $\hat{A}$ bektoreak norabidea. $\hat{A}$ bektorea **bektore unitarioa** da beraz, hau da, bere moduluak bat izan behar du:

$$|\hat{A}| = 1. \tag{3}$$

$\hat{A}$ bektore unitario batek norabide eta noranzko bat zehazten du. $-\hat{A}$ bektoreak norabide berdina baina kontrako noranzkoa zehazten du.

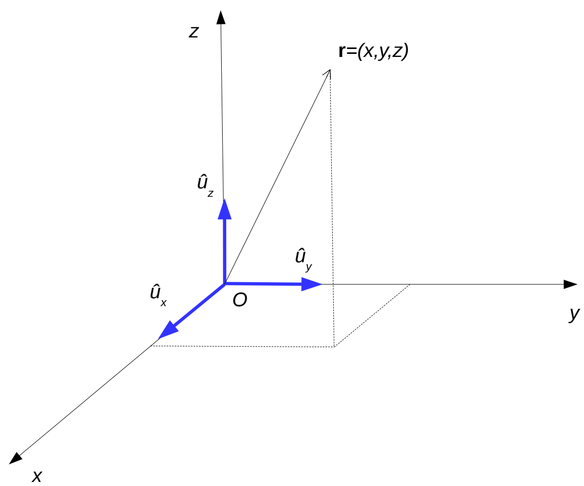
3.1 Erreferentzia-sistema eta posizio-bektorea

Edozein magnitude fisiko adierazteko beharrezkoa da hau zein lekutatik neurtu den adieraztea. Izan ere, magnitude baten neurketa aldatu daiteke neurketa puntuaren arabera. Neurketak beraz nondik neurtu ditugun esan behar dugu. Horretarako erreferentzia-sistemak erabiltzen dira.

Erreferentzia-sistema batek jatorri bat du, O letraz adierazi ohi dena, eta, geure espazioak hiru dimentsio dituenez, paraleloak ez diren hiru ardatz ditu. Ardatzak elkarren artean perpendikularrak badira 1 irudian bezala, erreferentzia sistema kartesiar bat dugu. Normalean erreferentzia-sistema kartesiarrak erabili ohi dira.

Puntu bat erreferentzia-sisteman batean deskribatzeko posizio-bektorea erabiltzen da. Posizio-bektoreak puntu bat, erreferentzia-sistema jakin batean, non dagoen esaten digu. Posizio-bektorea matematikoki honela adierazten dugu:

$$\vec{r} = (x, y, z) \tag{4}$$



Irudia 1: Erreferentzia sistema kartesiar baten adibidea, non $\vec{r}$ posizio-bektorea adierazi den.

non x, y eta z posizio-bektorearen osagaiak diren hiru ardatz kartesiarretan.

Ardatz kartesiar bakoitzeko bektore unitario bat definitzen da 1 irudian erakutsi bezala: x ardatzean $\hat{u}_x$, y ardatzean $\hat{u}_y$ eta z ardatzean $\hat{u}_z$. Kontuan hartuz bektoreak nola batzen diren (ikus 3.2 atala),

$$\vec{r} = (x, y, z) = x\hat{u}_x + y\hat{u}_y + z\hat{u}_z \tag{5}$$

bezala ere idatz dezakegu posizio-bektorea.

Posizio-bektoreaz gain, noski, geure espazioko beste edozein bektore ere idatz daiteke erreferentzia-sistema jakin bateko bektore bezala. Hots, $\vec{F}$ indarra:

$$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z) = F_x\hat{u}_x + F_y\hat{u}_y + F_z\hat{u}_z. \tag{6}$$

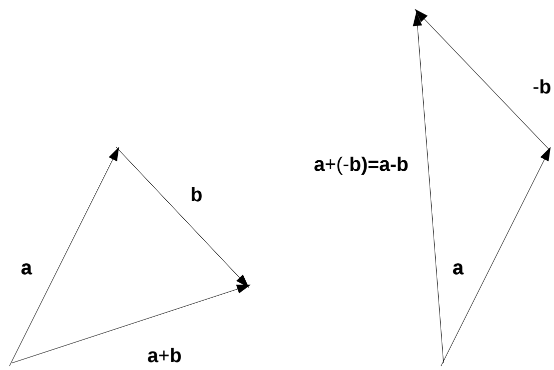
Orokorrean, edozein $\vec{A}$ bektore

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = A_x\hat{u}_x + A_y\hat{u}_y + A_z\hat{u}_z \tag{7}$$

bezala adierazi dezakegu, non A_x bere x ardatzeko osagaia baiten, A_y y ardatzekoa eta A_z z ardatzekoa.

3.2 Bektoreen propietateak eta bektore arteko biderkadura

Ondoren bektoreen propietate nagusiak azalduko ditugu.



Irudia 2: Bektoreen batura eta kendura geometrikoki.

- **Batura eta eskalarrekin biderkadura**

  Bektoreen batura geometrikoki egiteko bata bestearen atzean jartzen dira 2 irudian bezala. Bektoreen kenketa egiteko $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$ dela erabili dezakegu, non $-\vec{B}$ bektorea $\vec{B}$ bektorearen berdina baiten, baina aurkako noranzkoa duena. 2 irudian erakusten da ere geometrikoki nola egin kenketa.

  Bektoreen batuketak honako beste propietate ditu:

  – Trukakorra
  $$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A} \tag{8}$$

  – Elkarkorra
  $$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} \tag{9}$$

  – Eskalar eta bektoreen arteko biderkadurak:
  $$f\vec{A} = \vec{A}f \tag{10}$$
  $$(f_1 + f_2)\vec{A} = f_1\vec{A} + f_2\vec{A} \tag{11}$$
  $$f(\vec{A} + \vec{B}) = f\vec{A} + f\vec{B}, \tag{12}$$

  non f, f_1 eta f_2 eskalarrak baitiren.

$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = A_x\hat{u}_x + A_y\hat{u}_y + A_z\hat{u}_z$ eta $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z) = B_x\hat{u}_x + B_y\hat{u}_y + B_z\hat{u}_z$ osagaiak dituzten bektoreen baturaren osagaiak osagaien batura bitartez lortzen dira, hau da,

$$\begin{aligned} \vec{A} + \vec{B} &= (A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z) \\ &= (A_x + B_x)\hat{u}_x + (A_y + B_y)\hat{u}_y + (A_z + B_z)\hat{u}_z. \end{aligned} \tag{13}$$

- **Biderkadura eskalarra**

$\vec{A}$ eta $\vec{B}$ bektoreen arteko biderkadura eskalarraren emaitza eskalar bat da, hau da, zenbaki bat. Biderkadura eskalarraren emaitza

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\alpha \tag{14}$$

da, non α $\vec{A}$ eta $\vec{B}$ bektoreen arteko angelua baiten. Definizio hau kontuan hartuz erraz uler daitezke ondorengo erlazioak

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A} \tag{15}$$

$$(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = \vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}. \tag{16}$$

Biderkadura eskalarraren bektoreen arteko angeluaren menpekotasuna dela eta, bi bektore perpendikularrak badira $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ da.

Biderkadura eskalarra bektore baten modulua ondorioztatzeko erabilgarria da ere. Izan ere, bektore baten bere buruarekiko biderkadura eskalarra hartzen badugu bere moduluaren karratua lortuko dugu:

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2. \tag{17}$$

Beraz bektore baten modulua

$$A = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}} \tag{18}$$

da.

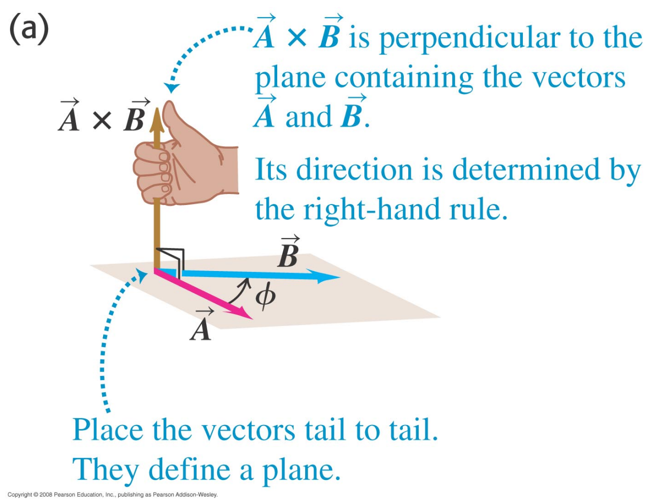
Erraz ikus daiteke aurreko propietateak erabiliz geure ardatz kartesiarren bektore unitarioen arteko biderkadura eskalarrak honakoak direla:

$$\begin{aligned} \hat{u}_x \cdot \hat{u}_x &= 1, \quad \hat{u}_y \cdot \hat{u}_y = 1, \quad \hat{u}_z \cdot \hat{u}_z = 1 \\ \hat{u}_x \cdot \hat{u}_y &= 0, \quad \hat{u}_x \cdot \hat{u}_z = 0, \quad \hat{u}_y \cdot \hat{u}_z = 0. \end{aligned}$$

Ondorioz, $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = A_x\hat{u}_x + A_y\hat{u}_y + A_z\hat{u}_z$ eta $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z) = B_x\hat{u}_x + B_y\hat{u}_y + B_z\hat{u}_z$ bektoreen arteko biderkadura eskalarra

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \tag{19}$$

da.



Irudia 3: Biderkadura bektorialaren kalkulua geometrikoki.

- **Biderkadura bektoriala**

  $\vec{A}$ eta $\vec{B}$ bektoreen arteko biderkadura bektorialaren emaitza ordea bektore bat da. Biderkadura bektorialaren emaitza ondorengo determinantearen bidez kalkulatzen da:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{u}_x & \hat{u}_y & \hat{u}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}. \tag{20}$$

  Determinantearen propietateak kontuan izanik ondorengo erlazioak ditugu biderkadura bektorialarentzako:

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A} \tag{21}$$

$$(\vec{A} + \vec{B}) \times \vec{C} = \vec{A} \times \vec{C} + \vec{B} \times \vec{C}. \tag{22}$$

  Batzuetan biderkadura bektorialaren emaitza erraz kalkula daiteke 20 ekuazioko determinantea esplizituki kalkulatu gabe. $\vec{A}$ eta $\vec{B}$ bektoreek, paraleloak ez diren bitartean, plano bat osatzen dute. $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ bektorea plano horrekiko perpendikularra izango da eta bere noranzkoa eskuin eskuko legeak esango digu 3 irudian erakusten den bezala. Biderkadura bektoliararen modulua zuzenean kalkula daiteke

$$C = |\vec{C}| = |\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \alpha \tag{23}$$

  bezala, non berriro ere α $\vec{A}$ eta $\vec{B}$ bektoreen arteko angelua baiten. Beraz, bi bektore paraleloak baldin badira euren arteko biderkadura bektoriala nulua da.

Propietate hauek kontuan hartuz erraz uler daiteke geure bektore unitarioen arteko biderkadura bektorialak ondorengoak izango direla:

$$\begin{aligned}
\hat{u}_x \times \hat{u}_x &= 0, \quad \hat{u}_y \times \hat{u}_y = 0, \quad \hat{u}_z \times \hat{u}_z = 0 \\
\hat{u}_x \times \hat{u}_y &= \hat{u}_z, \quad \hat{u}_y \times \hat{u}_z = \hat{u}_x, \quad \hat{u}_z \cdot \hat{u}_x = \hat{u}_y.
\end{aligned}$$