Partikula-sistemen dinamika

Gaien Aurkibidea

Erreferentziak

- *Física Universitaria* 13. edizioa. Sears eta Zemansky. Pearson:
  8. kapitulua

- *Fisika zientzialari eta ingeniarientzat.* Fishbane, Gasiorowicz eta Thornton. UPV/EHU:
  8. kapitulua

- *Fisika orokorra.* UEUko Fisika Saila. UEU:
  7. kapitulua

1 Sarrera

Orain arte partikula bakar bati dagokion dinamika aztertu dugu. Ikusi dugunez, Newton-en

$$\vec{F}_{tot} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} \tag{1}$$

ekuazioak diosku partikula puntual baten azelerazio indar erresultanteak zehaztuko duela.

Ikusiko dugun bezala, partikula bat baino gehiago dugunean, geure partikula-sistemaren dinamika zehazteko ekuazioak sinplifikatzeko oso erabilgarria izango da masa-zentroa erabiltzea eta barne- eta kanpo-indarrak bereiztea.

2 Barne- eta kanpo-indarrak

Demagun n partikulaz osaturiko partikula-sistema bat dugula. Partikula hauek elkarren artean elkarrekintza bat izango dute orokorrean, hau da batak besteari indar bat egingo dio. Hots, i partikularen gainean j partikulak egiten duen indarra $\vec{F}_{ij}$ izango da. Era berean, j partikularen gainean i partikulak ere indar bat egingo du, $\vec{F}_{ji}$ indarra hain zuzen. Sistema osatzen duten partikulen arteko indar hauei barne-indar deritze.

Newtonen 3. legeak, akzio-erreakzioaren legeak, diosku i partikularen gainean j partikulak sortzen duen indarra, $\vec{F}_{ij}$, j-ren gainean i-k sortzen duen $\vec{F}_{ji}$ indarraren berdina dela baina kontrako noranzkokoa. Hau da,

$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji} \tag{2}$$

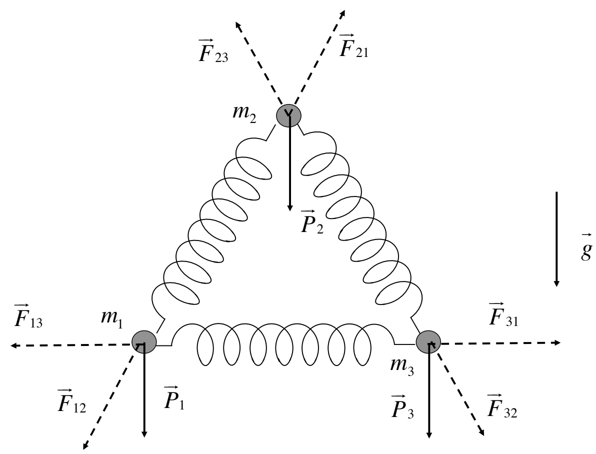
erlazioa izango dugula. Beraz, partikula-sistema bateko barne indarrek erlazio hau beteko dute: partikula batek beste bati egiten dion indarra, bigarrenak lehenari egingo dion indarraren berdina izango da baina kontrako noranzkokoa.

(2) ekuazioa betetzen duten barne-indarrez gain, partikula-sistema batean kanpo-indarrak izan ditzakegu. Sistemako partikula bakoitzari eragin diezaiekete kanpo-indarrek.

1 irudian hiru partikulez osatutako sistema bat erakusten da. Partikulak elkarren artean malgukiz loturik daude eta sistema osoa grabitatearen eraginpean dago. Malgukiek sistemako partikulen arteko barne-indarrak sortzen dituzte: $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{13}$, $\vec{F}_{21}$, $\vec{F}_{23}$, $\vec{F}_{31}$ eta $\vec{F}_{32}$. Irudian ikusten den moduan, barne-indarrak direnez, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, $\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31}$ eta $\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32}$. Izan ere, malgukia luzatzean malgukiak lotzen dituen bi partikulei indar berdina ezarriko die moduluz, baina aurkako noranzkoan. Bestetik, partikula-sistema pisuaren eraginpean dagoenez, masa bakoitzari pisuak eragingo dio eta $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ eta $\vec{P}_3$ pisuak izango ditugu. Hauek kanpo-indarrak izango dira sisteman.

3 Masa-zentroa

Partikula-sistema batean oso kontzeptu erabilgarria da masa-zentroarena. Nolabait, masa-zentroa partikula-sistemaren masaren batez besteko posizioa da. n



Irudia 1: m_1, m_2 eta m_3 masa duten hiru partikulek osatzen duten partikula-sistema. Partikulak elkarren artean malgukiz loturik daude. Partikula-sistema grabitatearen eraginpean dago. Irudian sisteman eragiten duten indar guztiak aurkezten dira.

partikula dituen partikula-sistemaren masa-zentroaren posizio-bektorea honela kalkulatzen da:

$$\vec{r}_{MZ} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + \cdots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + \cdots + m_n}. \tag{3}$$

Ondoren ikusiko dugun bezala, kasu batzuetan partikula-sistema osoa $\vec{r}_{MZ}$ posizioan dagoen partikula puntual batez ordezaktu ahalko dugu. Horregatik izango da masa-zentroa hain erabilgarria.

3.1 Masa-zentroaren abiadura eta azelerazioa

Masa-zentroaren abiadura kalkulatzeko, masa-zentroaren posizio-bektorea deribatu beharko dugu denborarekiko:

$$\vec{v}_{MZ} = \frac{d\vec{r}_{MZ}}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + \cdots + m_n \vec{v}_n}{m_1 + \cdots + m_n}. \tag{4}$$

Beraz, masa-zentroaren abiadura-bektorea sistema osatzen duten partikulen abiadura-bektoreen bitartez kalkula daiteke.

Antzera, masa-zentroaren azelerazio-bektorea masa-zentroaren abiadura-bektorea denborarekiko deribatuz lortuko dugu:

$$\vec{a}_{MZ} = \frac{d\vec{v}_{MZ}}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1\vec{a}_1 + \cdots + m_n\vec{a}_n}{m_1 + \cdots + m_n}. \quad (5)$$

Honela, masa-zentroaren azelerazioa-bektorea sistema osatzen duten partikulen azelerazio-bektoreen bitartez lortu daiteke.

4 Partikula-sistema baten momentu lineala, momentu angeluarra eta energia zinetikoa

Partikula-sistema baten momentu lineala, momentu angeluarra eta energia zinetikoa sistema osatzen duten partikulen momentu linealen, momentu angeluarren eta energia zinetikoen araberakoa izango da. Ikusiko dugunez, masa-zentroa definitu izanak lagunduko digu magnitude hauek modu erraz batean kalkulatzen.

4.1 Momentu lineala

Partikula-sistema baten momentu lineala, sistema osatzen duten partikulen momentu linealen batura izango da:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = m_1\vec{v}_1 + \cdots + m_n\vec{v}_n. \quad (6)$$

Masa-zentroaren abiaduraren definizioa baliatuz (ikusi (4) ekuazioa) partikula-sistemaren momentu lineala

$$\vec{P} = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)\vec{v}_{MZ} \quad (7)$$

bezala idatz dezakegu. Partikula-sistemaren masa totala

$$M = \sum_{i=1}^{n} m_i = m_1 + \cdots m_n \quad (8)$$

baldin bada,

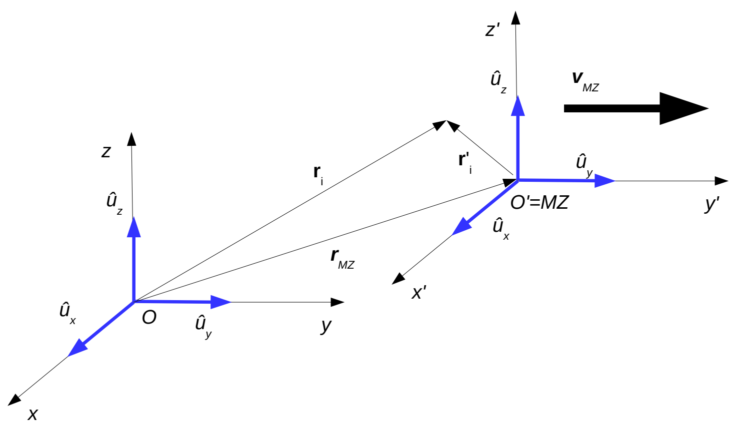
$$\vec{P} = \vec{P}_{MZ} = M\vec{v}_{MZ} \quad (9)$$

izango da partikula-sistemaren momentu lineala. Ikusten dugunez, partikula-sistema baten momentu lineala, masa guztia masa-zentroan duen eta masa-zentroaren abiadura duen partikula baten momentu lineala da. Hau da, partikula-sistemaren momentu lineala kalkulatzeko nahikoa da sistema osoa masa totala masa-zentroan duen partikula batez ordezkatzea.

Suposa dezagun orain momentu lineala masa-zentroarekin batera doan erreferentzia-sistema batetik neurtu nahi dugula. Masa-zentroarekin batera doan behatzaileak masa-zentroaren abiadura nulua ikusiko du. Honela, partikula-sistemaren momentu lineala

$$\vec{P} = 0 \quad (10)$$

izango da masa-zentroaren erreferentzia-sisteman.



Irudia 2: Partikula-sistemako i partikularen posizio-bektorea kanpoko behatzaile batetik deskriba dezakegu, $\vec{r}_i$, edo masa-zentroarekin batera doan behatzaile batetik, $\vec{r}_i'$.

4.2 Momentu angeluarra

Partikula-sistemaren momentu angeluarra ere sistema osatzen duten partikulen momentu angeluarren batura izango da:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i = m_1 \vec{r}_1 \times \vec{v}_1 + \cdots + m_n \vec{r}_n \times \vec{v}_n. \quad (11)$$

Hau izango da erreferentzia-sistema orokor batean partikula-sistemaren momentu angeluarra, izan ere, $\vec{r}_i$ eta $\vec{v}_i$ izango dira erreferentzia-sistema horretan sistemako partikulek izango dituzten posizio eta abiadura-bektoreak.

Deskriba dezagun orain momentu angeluarra kontsideratuz $\vec{r}_i$ eta $\vec{v}_i$ posizio eta abiadurak

$$\vec{r}_i = \vec{r}_{MZ} + \vec{r}_i' \quad (12)$$

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{MZ} + \vec{v}_i' \quad (13)$$

bezala deskriba ditzakegula 2 irudian erakusten den bezala. Hau da, masa-zentroarekin batera doan behatzaileak sistemako partikulentzako neurtzen dituen posizio eta abiadura-bektoreak $\vec{r}_i'$ eta $\vec{v}_i'$ badira, aurreko ekuazioek zehaztuko dute zein den kanpoko behatzaileak eta masa-zentroko behatzaileak sistemako partikulentzako neurtuko dituzten posizio eta abiadurak. Ekuazio hauek partikula-sistemaren momentu angeluarraren (11) ekuazioan ordezkatuz

$$\begin{aligned}\vec{L} &= \sum_{i=1}^{n} m_i(\vec{r}_{MZ} + \vec{r}'_i) \times (\vec{v}_{MZ} + \vec{v}'_i) = \\ &= \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_{MZ} \times \vec{v}_{MZ} + \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}'_i \times \vec{v}_{MZ} + \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_{MZ} \times \vec{v}'_i + \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}'_i \times \vec{v}'_i\end{aligned} \tag{14}$$

ekuazioa dugu. Bertan bigarren batugaia nulua da masa-zentroaren posizioa masa-zentroaren erreferentzia-sisteman nulua delako. Hirugarren batugaia ere nulua da masa-zentroaren momentu lineala nulua delako masa-zentroaren erreferentzia-sisteman. Bestetik, lehen batugaian M masa totala agertuko zaigu. Honela, partikula-sistema baten momentu angeluarra

$$\vec{L} = M\vec{r}_{MZ} \times \vec{v}_{MZ} + \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}'_i \times \vec{v}'_i = \vec{L}_{MZ} + \vec{L}' \tag{15}$$

bezala idatz dezakegu, non

$$\vec{L}_{MZ} = M\vec{r}_{MZ} \times \vec{v}_{MZ} \tag{16}$$

$$\vec{L}' = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}'_i \times \vec{v}'_i \tag{17}$$

masa-zentroaren momentu angeluarra eta masa-zentroarekiko momentu angeluarra baitiren. (15) ekuazioak zera erakusten digu, partikula-sistemaren momentu angeluarra masa-zentroaren momentu angeluarraren eta masa-zentrotik neurtutako momentu angeluarren arteko batura dela.

4.3 Energia zinetikoa

Partikula-sistema baten energia zinetikoa sistema osatzen duten partikulen energia zinetikoen batura izango da:

$$E_z = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \cdots + \frac{1}{2} m_n v_n^2. \tag{18}$$

Hau izango da edozein erreferentzia-sisteman izango dugun energia zinetikoa, hots, ez masa-zentroarekin doan erreferentzia sisteman.

Ikus dezagun orain nola idatz daitekeen energia zinetikoa masa-zentroa kontuan hartuz. Horretarako erabili dezagun $\vec{v}_i = \vec{v}_{MZ} + \vec{v}'_i$, berdintza:

$$\begin{aligned}E_z &= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i(\vec{v}_{MZ} + \vec{v}'_i)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_{MZ}^2 + \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_{mz} \cdot \vec{v}'_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i'^2.\end{aligned} \tag{19}$$

Lehen batugaian M masa totala agertuko zaigu eta bigarren batugaia nulua da momentu linela nulua baita masa-zentroaren erreferentzia-sisteman. Honela,

$$E_z = \frac{1}{2}Mv_{MZ}^2 + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_i'^2 = E_{z,MZ} + E_z', \tag{20}$$

non

$$\begin{aligned} E_{z,MZ} &= \frac{1}{2}Mv_{MZ}^2 & (21)\\ E_z' &= \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_i'^2 & (22)\end{aligned}$$

masa-zentroaren energia zinetikoa eta masa-zentroaren erreferentzia-sisteman neurturiko energia zinetikoa baitiren, hurrenez hurren.

5 Newton-en ekuazioa masa-zentroarentzako

Partikula-sistema bateko partikula bakoitzaren gainean barne- eta kanpo-indarrek eragingo dute 2 atalean deskribatu bezala. Demagun hiru partikulez osaturiko sistema bat dugula, eta partikula bakoitzari eragiten dioten kanpo-indarrak $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ eta $\vec{F}_3$ direla. Partikula bakoitzaren azelerazioa, noski, Newtonen ekuazioak emango digu:

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} &= m_1\vec{a}_1 & (23)\\ \vec{F}_2 + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} &= m_2\vec{a}_2 & (24)\\ \vec{F}_3 + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} &= m_3\vec{a}_3. & (25)\end{aligned}$$

Bertan kanpo-indarrez gain, partikula bakoitzari eragingo dioten barne-indarrak ere kontuan hartu ditugu. Hiru ekuazioak batzen baditugu eta kontuan hartzen badugu barne-indarrek $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ betetzen dutela

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 \tag{26}$$

adierazpena dugu. Kanpo-indar erresultantea

$$\vec{F}_{kanpo} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i \tag{27}$$

baldin bada, geure adibidean $\vec{F}_{kanpo} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$, eta masa-zentroaren azelerazioa nolakoa den kontuan hartuz (ikus (5) ekuazioa), hauxe ondorioztatu dezakegu:

$$\vec{F}_{kanpo} = M\vec{a}_{MZ}. \tag{28}$$

Hau da, masa-zentroaren azelerazioa bider partikula-sistemaren masa totala kanpo-indar erresultatenaren berdina da. Beste era batera esanda, kanpo-indarrek zehazten duten masa-zentroaren higidura.

Adibidetzat har dezagun 1 irudiko egoera. Bertan, kanpo-indar erresultantea

$$\vec{F}_{kanpo} = m_1\vec{g} + m_2\vec{g} + m_3\vec{g} = M\vec{g} \tag{29}$$

hiru pisuen batura izango da. (28) ekuazioaren arabera

$$\vec{F}_{kanpo} = M\vec{g} = M\vec{a}_{MZ} \rightarrow \vec{a}_{MZ} = \vec{g}, \tag{30}$$

hau da, masa-zentroaren azelerazioa grabitatearen berdina izango da.

5.1 Momentu linealaren kontserbazioa

Masa-zentroaren azelerazio-bektorea masa-zentroaren abiadura-bektorearen denborarekiko deribatua denez, (28) ekuazioa honela idatz dezakegu:

$$\vec{F}_{kanpo} = M\vec{a}_{MZ} = M\frac{d\vec{v}_{MZ}}{dt} = \frac{d(M\vec{v}_{MZ})}{dt}. \tag{31}$$

Bertan onartu dugu partikula-sistemaren M masa totala ez dela denborarekin aldatzen. Partikula-sistemaren momentu lineala $\vec{P} = M\vec{v}_{MZ}$ denez,

$$\vec{F}_{kanpo} = \frac{d\vec{P}}{dt} \tag{32}$$

izango dugu. (32) ekuazioaren esanahia oso garrantzitsua da: **kanpo-indar erresultantea nulua bada, partikula-sistemaren momentu lineala kontserbatuko da**.

6 Momentu angeluarrararen teorema partikula-sistema batean

Har dezagun berriro ere 3 partikulaz osatutako partikula-sistema, zeinetan partikula 1 partikulari, 2 partikulari eta 3 partikulari eragiten dioten kanpo-indarrak $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ eta $\vec{F}_3$ baitiren, hurrenez hurren. Orain kalkulatu dezagun zein den partikula bakoitzaren gaineko indar-momentu erresultantea:

$$\vec{M}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{12} + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{13} \tag{33}$$
$$\vec{M}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{21} + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{23} \tag{34}$$
$$\vec{M}_3 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_{31} + \vec{r}_3 \times \vec{F}_{32}, \tag{35}$$

non kanpo- eta barne-indarrek sortutako indar-momentua kontuan hartu dugun. Momentu angeluarraren teoremaren arabera, partikula baten gaineko indar-momentua bere momentu angeluarraren denborarekiko deribatuaren berdina da. Hortaz,

$$\vec{M}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{12} + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{13} = \frac{d\vec{L}_1}{dt} \tag{36}$$

$$\vec{M}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{21} + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{23} = \frac{d\vec{L}_2}{dt} \tag{37}$$

$$\vec{M}_3 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_{31} + \vec{r}_3 \times \vec{F}_{32} = \frac{d\vec{L}_3}{dt}. \tag{38}$$

Hiru ekuazio hauek batuz eta kontuan hartuz barne-indarrek $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ betetzen dutela,

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 = \frac{d(\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3)}{dt}. \tag{39}$$

dela froga daiteke. Kanpoko indar-momentu erresultantea

$$\vec{M}_{kanpo} = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_i \tag{40}$$

bezala definitzen badugu eta partikulen momentu angeluarren batura sistemaren momentu angeluarra dela gogoratuz,

$$\vec{M}_{kanpo} = \frac{d\vec{L}}{dt} \tag{41}$$

ekuazioa dugu. Hau da, kanpoko indarrek indar-momentu bat sortzen badute partikula-sistemaren momentu angeluarra aldatuko da.

6.1 Momentu angeluarraren kontserbazioa

(41) ekuazioa (32) ekuazioaren paraleloa da eta beste kontserbazio lege batera garamatza: **kanpoko indarrek indar-momenturik sortzen ez badute, partikula-sistemaren momentu angeluarra kontserbatuko da**.

7 Energia balantzea partikula-sistemetan

Ikusi dugunez, partikula-sistema batean kanpo- eta barne-indarrak egon daitezke. Orokorrean, kanpo- eta barne-indarrak kontserbakorrak edo ez-kontserbakorrak izan daitezke. Barne- eta kanpo-indarrak edozein modukoak direla ere, eurek egiten duten lana beti izango da energia zinetikoaren aldakuntzaren berdina, partikula puntual batean gertatzen den bezala. Beraz,

$$W_{barne} + W_{kanpo} = \Delta E_z, \tag{42}$$

non W_{barne} barne-indar guztiek egiten duten lanen batura den eta W_{kanpo} kanpo-indar guztiek egiten duten lanen batura.

Suposa dezagun orain barne-indar guztiak kontserbakorrak direla. Halaxe da, adibidez, 1 irudiko ereduan. Bertan, barne indarra indar elastikoa da, zein kontserbakorra baiten. Barne indarrak kontserbakorrak direnez, barne indarrari atxikiriko $E_{p,barne}$ energia potentzial bat egongo da. Adibide honetan, suposatuz hiru malgukien konstantea k dela,

$$E_{p,barne} = \frac{1}{2}kx_{12}^2 + \frac{1}{2}kx_{13}^2 + \frac{1}{2}kx_{23}^2, \tag{43}$$

non x_{12} m_1 eta m_2 masak lotzen dituen malgukiaren elongazioa, x_{13} m_1 eta m_3 masak lotzen dituen malgukiaren elongazioa eta x_{23} m_2 eta m_3 masak lotzen dituen malgukiaren elongazioa baitiren. Barne-indarrak kontserbakorrak direneko egoera honetan sistemaren U energia propioa definitzen da energia zinetikoaren eta barne energia potentzialaren batura bezala:

$$U = E_z + E_{p,barne}. \tag{44}$$

Kasu hauetan, barne-indarrek egiten duten lana

$$W_{barne} = -\Delta E_{p,barne} \tag{45}$$

izango denez, kanpo indarrek egiten duten lana energia propioaren aldakuntzaren berdina izango da:

$$W_{kanpo} = \Delta E_z + \Delta E_{p,barne} = \Delta U. \tag{46}$$

Beraz, **partikula-sistema batean barne indarrak kontserbakorrak badira eta kanpo-indarrek lanik egiten ez badute, partikula-sistemaren energia propioa kontserbatuko da**.

Gerta liteke ere kanpo-indarrak kontserbakorrak izatea. Kasu horretan ere energia potentzial bat egongo da atxikita kanpo-indarrei, $E_{p,kanpo}$. Hala bada,

$$W_{kanpo} = -\Delta E_{p,kanpo} \tag{47}$$

izango da kanpo-indarrek egiten duten lana. Hau dela eta, magnitude berri bat defini dezakegu, sistemaren energia osoa:

$$E = U + E_{p,kanpo} = E_z + E_{p,barne} + E_{p,kanpo}. \tag{48}$$

Barne- eta kanpo-indar guztiak kontserbakorrak direnean sistemaren energia osoa kontserbatuko da.

8 Talkak

Demagun m_1 eta m_2 masako bi gorputzez osatutako sistema bat dugula eta hauen artean talka bat gertatu dela. Talka aurretik gorputzek $\vec{v}_1$ eta $\vec{v}_2$ abiadura zuten, baina talkaren ondorioz partikulen higidura aldatu egin da eta $\vec{v}_1'$ eta $\vec{v}_2'$ abiadurekin irten dira talkatik. Talkaren ondorioz gorputzak defomartu daitezke ala ez.

Talka bat oso denbora-tarte laburrean gertatzen denez, ondorengo bi suposizioak onartu ditzakegu:

- Talkak dirauen bitartean partikula-sisteman kanpo-indarrek ez dute eraginik. Hortaz, (32) ekuazioaren ondorioz, partikula-sistemako momentu lineala kontserbatzen da talkan. Honela

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'. \tag{49}$$

- Talkak dirauen bitartean partikula-sisteman kanpo-indarrek ez dute lanik egiten. Ondorioz,

$$W_{barne} = \Delta E_z \tag{50}$$

  izango da talka batean.

Talka batean barne-indarrek lanik egiten ez badute, $W_{barne} = 0$, energia zinetikoa kontserbatuko da. Talka hauei elastiko deritze.

Talka batean barne-indarrek lan egiten badute energia zinetikoa ez da kontserbatuko talkan. Talka hauei inelastiko deritze. Talka ostean energia zinetikoa txikiagoa bada talka aurretik baino, barne-indarrek lan negatiboa egin dute. Ordea, talka eta gero energia zinetikoa handiagoa bada talka aurretik baino, barne-indarrek lan positiboa egin dute.

Suposa dezagun orain barne-indarrak kontserbakorrak direla. Orduan, talka inelastiko batean $W_{barne} = -\Delta E_{p,barne}$ denez, energia zinetikoa txikitu bada horrek esan nahi du barne energia potentziala handitu dela talkan. Eta alderantziz, energia zinetikoa handitzen bada, barne energia potentziala txikitu da.