

Korronte elektrikoa eta eremu elektrikoaren aplikazioak

Gaien Aurkibidea

1	Kondentsadoreak	2
1.1	Kondentsadoreen kapazitantzia	2
1.2	Energia metaketa kondentsadoreetan	4
1.3	Eremu elektrikoaren energia	5
1.4	Kondentsadoreen elkarketak	6
1.4.1	Kondentsadoreak paraleloan	6
1.4.2	Kondentsadoreak seriean	6
1.5	Material dielektrikodun kondentsadoreak	7
2	Korronte elektrikoa eta erresistentzia	8
2.1	Korronte elektrikoaren definizioa eta korronte dentsitatea	8
2.2	Erresistentzia elektrikoa eta Ohm-en legea	10
2.3	Potentzia elektrikoa	12
3	Korronte zuzeneko zirkuituak	13
3.1	Indar elektroeragilea	13
3.2	Erresistentzien elkarketak	14
3.2.1	Erresistentziak seriean	15
3.2.2	Erresistentziak paraleloan	16
3.3	Zirkuituetako Kirchhoff-en arauak	16
3.4	RC zirkuituak	19
3.4.1	Kondentsadoreen karga	20
3.4.2	Kondentsadoreen deskarga	21

Erreferentziak

- *Física Universitaria* 13. edizioa. Sears eta Zemansky. Pearson:
24., 25. eta 26. kapituluak
- *Física zientzialari eta ingeniariarentzat*. Fishbane, Gasiorowicz eta Thornton. UPV/EHU:
26., 27. eta 28. kapituluak

1 Kondentsadoreak

Kondentsadoreak karga metatzeko erabiltzen dira. Kondentsadoreek karga metatzeko dutenez, bide batez, energia metatzen dute. Energia hau, energia potentzial elektrikoa da. Karga eta energia metaketa aplikazio teknologiko zehatzak sortzeko erabiltzen da, adibidez, flash argiak.

Demagun bi xafra metaliko eroale ditugula deskargaturik. Pila edo bateria batera konektatzen ditugunean, ΔV potentzial diferentzia bat ezarriko dugu plaken artean eta kargatzen hasiko dira, pilaren alde positiboan karga positiboa metatuko delarik eta pilaren alde negatiboan karga negatiboa. Xafletan karga metaketa eten egingo da oreka elektrostatikoa berreskuratzen denean, hau da, xafren arteko potentzial diferentzia pilak ezartzen duen ΔV -ren berdina denean. Bi xaflek karga metatzeko gaitasuna dutenez, kondentsadore bat osatzen dute.

1.1 Kondentsadoreen kapazitantzia

Kondentsadore baten kapazitantziak neurtzen du zein den kondentsadore batek karga metatzeko duen gaitasun intrintsekoa. Kondentsadore batean metatzen den Q karga kondentsadorea kargatzeko erabili den ΔV potentzial diferentziarekin batera handituko denez, kondentsadore baten kapazitantzia

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad (1)$$

adierazpenaren bitartez definitzen da. Honen ondorioz, A kondentsadoreak B kondentsadoreak baino kapazitantzia handiagoa badu, $C_A > C_B$, ΔV potentzial diferentzia berdinean ipintzen baditugu A kondentsadoreak karga gehiago metatuko du: $Q_A > Q_B$.

Kondentsadore baten kapazitantzia ez da honek duen kargaren funtzio, bere propietate intrintsekoen funtzioa da, hots, bere forma geometrikoaren arabera-koa soilik.

Kondentsadoreen kapazitantzia sistema internazionalan Faraday (F) unitateetan neurtzen da:

$$1F = \frac{1C}{1V}. \quad (2)$$

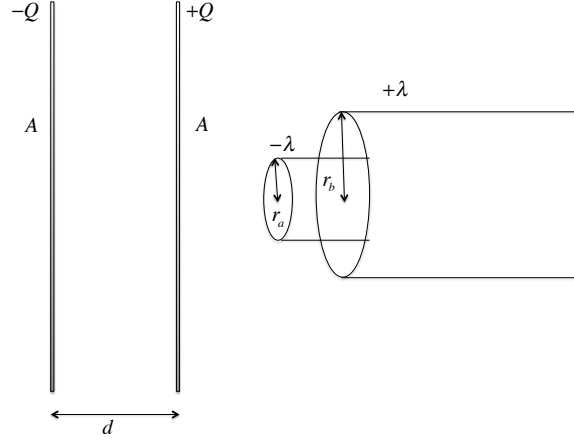
Adibidea: Bi xafra eroale paralelok osatzen duten kondentsadorea.

1 irudiko ezker aldean A azalera eta Q karga duten xafra paraleloak ditugu. Xaflek d distantziara daude. Kalkula dezagun zein den kondentsadorearen kapazitantzia. Horretarako kalkulatu behar dugu zein den potentzial diferentzia bi xafren artean. Xafren arteko eremua

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A\epsilon_0}$$

da, karga positibodun xafatik karga negatibodun xaflara zuzenduta. Hortaz, potentzial diferentzia (zenbaki positibotzat hartuta)

$$\Delta V = V_+ - V_- = - \int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_0^d -Edx = Ed = \frac{Qd}{A\epsilon_0}$$



Irudia 1: (Ezkerrean) A azalera eta Q karga duten bi xafra eroale paralelok osatutako kondentsadorea. Xafren arteko distantzia d da. (Eskuinean) λ luzerako karga dentsitatea eta r_a barne-erradioa eta r_b kanpo-erradioa dituen kable koaxialak sortutako kondentsadorea.

izango da. Beraz, bi xafra eroale paralelok osatzen duten kondentsadorearen kapazitantzia

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Qd}{A\epsilon_0}} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (3)$$

da. Ikusten denez, kapazitantzia soilik kondentsadorearen azalera eta xafren arteko distantziaren arabera da.

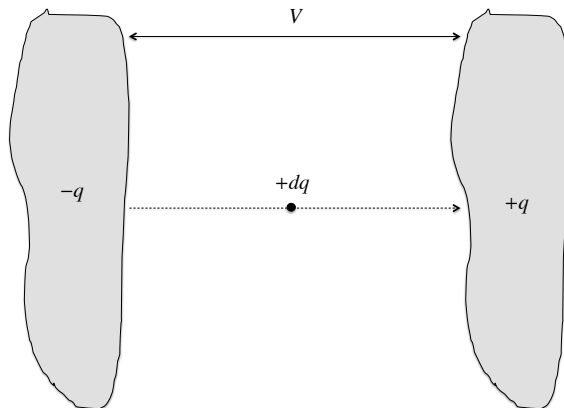
Adibidea: Kable koaxiala.

1 irudiko eskuin aldean kable koaxial bat dugu. r_a barne-erradioa eta r_b kanpo-erradioa ditu kable koaxialak. Barne-erradioak $-\lambda$ luzerako karga-dentsitatea du eta kanpo-erradioak $+\lambda$. Gaussen legea erabiliz erraz lortu daiteke eremua kableen artean

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

dela moduluz eta karga positiboa duen zilindrotik karga negatiboa duenera zuzenduta dagoela. Hortaz, potentzial diferentzia karga positiboa duen kabletik karga negatiboa duenera

$$\Delta V = V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_a^b -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right)$$



Irudia 2: Kondentsadorearen kargatze prozesua deskribatzen da. Irudiko unean $-q$ karga dago ezker aldean eta $+q$ karga eskuin aldean eta potentzial diferentzia bi metalen artean V . Aldiune horretan $+dq$ karga elementu infinitesimala eramaten da ezker aldetik eskuin aldera.

izango da. Beraz kable koaxialaren kapazitantzia

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\lambda L}{\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}$$

da, non L kablearen luzera den. Berriro ere, kapazitantziak soilik kondentsadorearen ezaugarri geometrikoen arabera da. Luzera unitateko kapazitantzia definitzea egokiago izan daiteke kable koaxialean:

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}.$$

1.2 Energia metaketa kondentsadoreetan

Arestian aipatu bezala, kondentsadore batek karga metatzen duen heinean energia ere metatzen du. Kondentsadore batek metatuta duen energia kondentsadore hori kargatzeko egin behar izan dugun lanaren berdina izango da. 2 irudian erakusten da kondentsadore baten kargatze prozesua. Har ditzagun hasieran neutroak ziren bi eroale eta poliki-poliki karga positiboa eramaten hasten garela eroale batetik bestera. Aldiune konkretu batean $-q$ karga dago ezker aldean eta $+q$ karga eskuin aldean eta potentzial diferentzia bi metalen artean V da. V hasieran nulua da, baina karga metatzen doan heinean potentziala handitzen

hasiko da. Izatez, kondentsadorearen kapazitantzia C baldin bada, $V = q/C$ izango da aldiune horretan.

Alde batean $+q$ eta bestean $-q$ karga duen aldiunean $+dq$ karga positibo infinitesimala karga negatiboa duen eroaletik karga positiboa duenera eramateko egin beharko dugun lan infinitesimala energia potentzialaren aldakuntzaren berdina izango da, hau da,

$$dW = Vdq = \frac{q}{C}dq. \quad (4)$$

Kondentsadorea beraz Q karga izan arte kargatu nahi badugu,

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C} \quad (5)$$

lana egin beharko dugu. Kargatzeko egin beharko dugun lana kondentsadoreak metatutako duen energia potentziala denez,

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QV}{2} = \frac{CV^2}{2} \quad (6)$$

izango da metatutako energia. Metatutako U energia Q , C eta V -ren funtzioan hiru modu horietan idatz daiteke, non V karga amaitu ostean dugun potentzial diferentzia den.

1.3 Eremu elektrikoaren energia

Kondentsadore batek energia potentzial elektrikoa metatzen du aurreko atalean ikusi dugun bezala. Azken batean, energia potentzial elektrikoa metatzen du bertan eremu elektriko bat dugulako. Izatez, eremu elektrikoa dugun edozein eskualdetan energia potentzial elektrikoa dugu.

Har dezagun 1 irudiko xafra eroale paraleloz osatutako kondentsadorea, non xafren azalera A den eta xafren arteko distantzia d . Aurreko atalean ikusi dugun bezala, kondentsadore batean dugun energia $U = CV^2/2$ bezala idatz daiteke. Kondentsadore honetan C eta V (3) eta (3) ekuazioetan kalkulatu dugunez, metatutako energia

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad) \quad (7)$$

da. Eremua Ad bolumenean mugatuta dagoenez, bolumen unitateko dugun energia

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (8)$$

da. u -ri energia dentsitatea deritzo eta erakusten digu eremu elektrikoa dugun edozein puntutan energia potentzial elektrikoa dugula. Lortu dugun energia dentsitatea bi xafra paralelok osatutako kondentsadorearen bitartez ondorioztatu badugu ere, (8) ekuazioa guztiz orokorra da eta edozein egoeran da baliagarria.

1.4 Kondentsadoreen elkarketak

Zirkuitu elektriko askotan kondentsadore desberdinak konbinatzen dira. Hortaz kondentsadoreen elkarketak aztertzea garrantzitsua da ulertzeko zein den elkarketari dagokion kondentsadore baliokidea.

1.4.1 Kondentsadoreak paraleloan

3 irudiko ezker aldean paraleloan jarritako bi kondentsadore ditugu. Ikusten denez, bi kondentsadoreak potentzial diferentzia berdinean daude, iturriak zehazten duen potentzial diferentzia:

$$V_{ab} = V_{cd} = V_{ef}. \quad (9)$$

Honela, kondentsadore bakoitzean izango dugun karga

$$Q_1 = C_1 V_{ab} \quad Q_2 = C_2 V_{ab} \quad (10)$$

da. Zirkuitu osoak metatzen duen karga totala kondentsadoreek metatuko duten kargen batura denez,

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V_{ab}. \quad (11)$$

Hortaz, kondentsadore baliokide bakarra izango lukeen zirkuitu batetako kapazitantzia

$$C_{eq} = C_1 + C_2 \quad (12)$$

da. Hortaz, paraleloan ditugun kondentsadoreen kapazitantzia baliokidea kapazitantzien batura da. Bi kondentsadore beharrean seriean n kondentsadore elkartu baditugu

$$C_{eq} = C_1 + \dots + C_n \quad (13)$$

izango da kapazitantzia baliokidea. Honela, kondentsadoreak paraleloan jarritz lortuko dugun kondentsadore baliokidearen kapazitantzia handiagoa da edozein kondentsadorerena baino: $C_{eq} > C_i$.

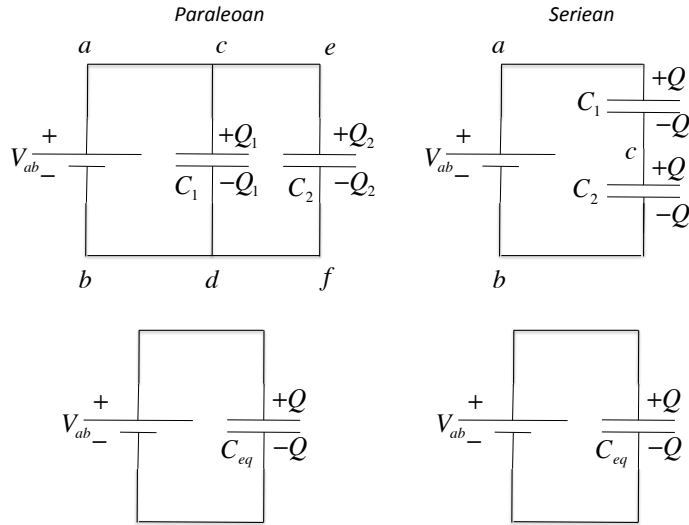
1.4.2 Kondentsadoreak seriean

Seriean kokatutako kondentsadoreek ordea karga berdina metatuko dute, baina potentzial diferentzia desberdina izango dute (ikus 3 irudiko eskuin aldean). Beraz,

$$V_{ac} = \frac{Q}{C_1} \quad V_{cb} = \frac{Q}{C_2}. \quad (14)$$

Potentzial diferentzia totala, iturriak ematen duen V_{ab} , kondentsadore bakoitzean dugun potentzial diferentzien batura izango denez,

$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cb} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right). \quad (15)$$



Irudia 3: Kondentsadoreen elkarketak seriean eta paraleloan.

Honela, zirkuitu baliokidearen kapazitantzia baliokidea

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (16)$$

da. Seriean bi kondentsadore beharrean n kondentsadore kokatu izan bagenitu

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (17)$$

izango zen kapazitantzia baliokidea. Hortaz, kondentsadoreak seriean jarritz lortzen dugun kapazitantzia baliokidea kokatu dugun edozein kapazitantzia baino txikiagoa da: $C_{eq} < C_i$.

1.5 Material dielektrikodun kondentsadoreak

Q karga duen kondentsadore baten barnean material dielektriko bat kokatzen badugu, badakigu bertan hutsean genuen eremu elektrikoa (E_0) txikitu egingo dela dielektriko barnean eremu induzitu bat sortuko delako, zeinek E_0 -ri kontra egiten baitio. Dielektrikoaren barnean izango dugun eremu elektrikoa $E = E_0/\kappa$ izango denez, honek esan nahi du potentzial diferentzia ere txikituko egingo dela κ konstante dielektrikoagatik: $V = V_0/\kappa$. Honela, dielektriko bat barnean duen

kondentsadore baten kapazitantzia

$$C = \frac{Q}{V} = \kappa \frac{Q}{V_0} = \kappa C_0, \quad (18)$$

non C_0 kondentsadoreak barnean hutsa izango balu edukiko lukeen kapazitantzia den. Hau dela eta kondentsadore baten barnean dielektriko bat sartuz gero bere kapazitantzia handitzen da, izatez, κ konstante dielektrikoa bat baino handiagoa da.

Dielektrikoa sartzean Q kargadun kondentsadoreak metatuta duen energia aldatu egingo da. (6) ekuazioaren arabera

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2\kappa C_0} = \frac{U_0}{\kappa} \quad (19)$$

izango dugu, U_0 kondentsadorean hutsa dagoenean dugun energia izanik. Ikusten denez, dielektrikoa sartzean metatutako energia txikitzen da. Hori energiaren parte bat dielektrikoa polarizatzeko xahutu delako da.

2 Korronte elektrikoa eta erresistentzia

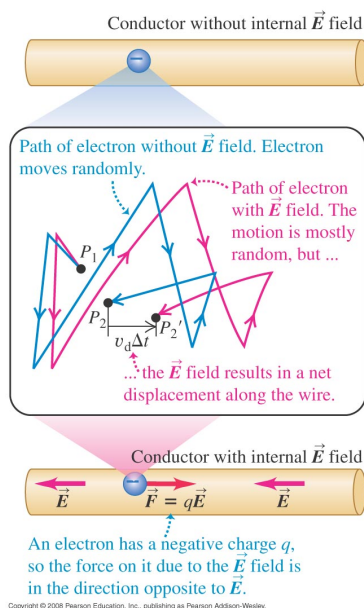
Karga elektrikoak eroale batean eremu elektriko baten eraginpean mugitzen direnean korronte elektriko bat dugu. 4 irudian azaltzen den bezala, eroale batean eremu elektrikorik ez badago elektroiek ausazko ibilbideak deskribatzen dituzte, sare kristalinoko ioien aurka talka egiten dutelako, baina desplazamendu netorik gabe. Eremu elektriko bat dugunean elektroien mugimendua ere ausazkoa izango da ere ioiekin talkak izango dituztelako, baina bai egongo da desplazamendu neto bat. Honela, Δt denbora tartean elektroiek $v_d \Delta t$ desplazamendu netoa izango dute, non v_d elektroiek duten jito edo deriba abiadura den. Bigarren kasuan korronte elektrikoa dugu.

Korronte elektrikoa, noski, ez da posible oreka elektrostatikoan dagoen eroale batean. Orekan eroale baten barnean eremua nulua da eta ondorioz ez da elektroien desplazamendu netorik izango. Edozein sistemek orekarako joera duenez, korronte elektriko bat denboran mantentzeko derrigorrezkoa izango da kanpo eragile batek eroale barneko oreka elektrostatikoa haustea. Hori eroalean potentzial diferentzia bat ezarriko duen iturri baten bitartez lortu daiteke adibidez.

2.1 Korronte elektrikoaren definizioa eta korronte dentsitatea

5 irudian erakusten den bezala, korronte elektrikoa badugu kargak higituko dira eta A azalera zeharkatuko dute. Korronte elektrikoa A azalera denbora unitateko zeharkatzen duen karga kopurua bezala definitzen da. Beraz,

$$I = \frac{dQ}{dt}. \quad (20)$$



Irudia 4: Eredu elektrikorik gabe eroale batean elektroien ibilbidea ausazkoa da sareko ioiekin talka egiten dutelako eta ez dute desplazamendu netorik deskribatzen. Ordea, eremu elektriko bat dagoenean, bai badago desplazamendu neto bat.

Korrontea eskalar bat da definizioz, beraz ez du ez norabide ez noranzkorik. Baina korrontearen fluxua karga positiboak izango lukeena hartzen da. Metalen higitzen diren kargak elektroiak direnez (ioi positiboak sare kristalinoan finko baitaude), korrontearen noranzkoa eta elektroien abiadura kontrako noranzkokoak dira (ikusi 6 irudia).

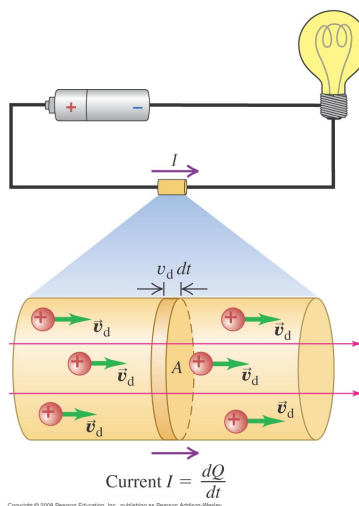
Korronte elektrikoaren sistema internazionalan Ampère (A) unitateetan neuritzen da:

$$1A = \frac{1C}{1s}. \quad (21)$$

Material baten barnean korrontea mikroskopikoki nolakoa den ulertzeko $\vec{J}$ korronte-dentsitatea definitzen da, zein bektore bat den. Korronte-dentsitatea azalera unitateko dugun korrontea da, eta bere norabidea eta noranzkoa higitzen ari diren karga positiboena da. A azalera jakin batetik pasatzen den korrontea jakiteko

$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (22)$$

integrala egin beharko dugu, non $d\vec{A}$ Gaussen legean erabili genuen azalera bektore infinitesimala baiten. Korronte-dentsitatea konstantea baldin bada azalera osoan eta $\vec{J}$ eta $d\vec{A}$ bektoreak paraleloak badira gainazal osoan, $I = JA$ izango da.



Irudia 5: Korrante elektrikoa A azalera denbora unitateko zeharkatzen duen karga kopurua bezala definitzen da. Karga positiboaren noranzkoa hartzen da korrontearen noranzkoa irudikatzeko. Irudian karga positiboaren abiadura v_d da jito edo deriba abiadura.

Mikroskopikoki, 5 irudian bezala, suposa dezagun q kargadun karga positiboak ditugula $\vec{v}_d$ jito (edo deriba) abiaduraz higitzen. $d\vec{A}$ azalera txiki bat dt denboran zeharkatuko duen dq karga kopurua

$$dq = nq(\vec{v}_d \cdot d\vec{A})dt \quad (23)$$

izango da, non n bolumen unitateko karga garraitzen duen partikula kopurua den. Korrante dentsitatea denbora uniteteko eta azalera unitateko pasatzen den karga denez, mikroskopikoki korrante-dentsitatea

$$\vec{J} = nq\vec{v} \quad (24)$$

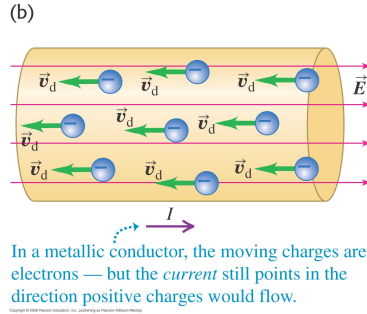
izango da. Metaletan bezala karga garraiatzen duten partikulen karga negatiboa bada, hots, elektroiak $q = -e$, orduan korrante-dentsitatea

$$\vec{J} = -ne\vec{v} \quad (25)$$

izango da, korrante-dentsitate bektoreak eta kargen abiadura-bektoreak norabide berdina baina kontrako noranzkoa izango dutelarik.

2.2 Erresistentzia elektrikoa eta Ohm-en legea

Aurreko atalean ikusi dugun bezala, korrante elektrikoa izateko derrigorrezkoa da eremu elektriko bat egotea. Azken batean honek esan nahi du eroale bati kanpotik potentzial diferentzia bat ipini behar diogula eta hau mantendu behar



Irudia 6: Metaletan higitzen diren kargak elektroiak direnez eta hauek negati-
boak direnez, elektroien abiadurak eta korrronteak kontrako noranzkoa dute.

dugula, hots, bateria edo pila baten bitartez. Eroaleari V potentzial diferen-
tzia ezartzen diogunean, beraz, I korrrente elektrikoa izango dugu eroalearen
barnean.

Eroale askotan sortzen den I korrrontea aplikatutako V potentzial diferen-
tziaren proportzionala da. Hau da, hain zuzen, Ohm-en legea:

$$I = \frac{V}{R}. \quad (26)$$

Ikusten denez, I eta V -ren arteko proportzionaltasun konstantea $1/R$ da. R -ri
erresistentzia elektrikoa deritzo, eta material batek korrrente elektrikoaren ga-
rraioari ezartzen dion erresistentzia da. Hau da, bi eroale badiugu eta po-
tentzial diferentzia berdina aplikatzen badiugu, erresistentzia txikiena duenak
izango du korrrente elektrikoa handiena.

Erresistentzia elektrikoa sistema internazionalan Ohm (Ω) unitatetan neur-
tzen da:

$$1\Omega = \frac{1V}{1A}. \quad (27)$$

Material baten erresistentzia elektrikoa elektroiek sareko ioiekin dituzten
talkengatik gertatzen da. Ondorioz, material bakoitzaren ezaugarriek zehazten
dute zein den material baten erresistentzia elektrikoa. Makroskopikoki ordea
erresistentzia zein faktoreren menpe egongo den ulertzea errazagoa ian daiteke.
Har dezagun A sekzioa eta L luzera duen metala. Luzera geroz eta handiago
izan materialaren erresistentzia handituko dela esan genezake, hau da, pentsa
genezake $R \propto L$ dela. Izan ere, elektroiek sareko ioiekin talka egiteko aukera
handituko da luzera handituz. Bestetik, azalera handituz elektroiek materiala
zeharkatzeko aukera handiagoa izango dutenez, $R \propto 1/A$ dela pentsa genezake.
Honela, material honen erresistentzia elektrikoa

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (28)$$

bezala idatz dezakegu. Ekuazio honetan ρ materialaren erresistibitatea da, zein
ez den bere sekzio edo luzeraren menpeko, materialaren ezaugarri intrintsekoa

da. Sekzio eta luzera berdineko bi material baditugu, erresistibitate handiagoa duenak izango du erresistentzia elektriko handiagoa. Erresistibitatearen alderantzizkoari σ konduktibitatea deritzo:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (29)$$

Erresistibitatearen definizioak lagunduko digu ulertzen nolakoa den eremu elektrikoaren eta korrante-dentsitatearen arteko harremana material Ohmiko batean, hau da, (26) ekuazioa betetzen den material batean. Suposatuko dugu eroalean potentzial diferentziaren bitartez ezarriko dugun eremu elektriko konstantea izango dela eta eroaleak A sekzioa eta L luzera izango duela. Eremua konstantea denez, $V = EL$ izango dela ikustea erraza da. Honela,

$$V = IR = I\rho\frac{L}{A}. \quad (30)$$

Ekuazioa hau L -gatik zatituz

$$E = \frac{V}{L} = \rho\frac{I}{A} = \rho J \quad (31)$$

dugu, non korrante-dentsitatearen definizioa erabili dugun. Ekuazioa hau bektorialki idatzi daiteke:

$$\vec{E} = \rho\vec{J}. \quad (32)$$

Beraz, material ohmiko batean izango dugun korrante-dentsitatea proportzionala da eremu elektrikoarekiko eta proportzionaltasun konstantea konduktibitatea da:

$$\vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \sigma\vec{E}. \quad (33)$$

2.3 Potentzia elektrikoa

Erresistentzia elektrikoa marruskadura moduko bat da nolabait, zeinak oztopo egiten dion korrante elektrikoaren jarioari. Hortaz, erresistentzia bat denez energia galera bat egongo da erresistentzia elektrikoagatik. Zein da energia galera denbora unitateko?

$$P = \frac{dW}{dt}, \quad (34)$$

hain zuzen ere, potentzia.

Demagun zirkuitu bateko elementu bat dugula zeinetatik I korrante konstantea pasatzen den eta elementuaren ertzen artean $V_{ab} = V_a - V_b > 0$ potentzial diferentzia dagoen. Korrontearen jarioak eremu elektrikoaren norabide eta noranzkoa duenez, korrontea potentziala txikitzen doan aldera joango da, hau da, korrontea a -tik b -ra joango da. Demagun dq karga elementu infinitesimala daramagula a -tik b -ra. Orduan energia potentziala galdu egingo da sisteman, hain zuzen ere $V_{ab}dq$ izango da galduko den energia potentziala. Ordea, galdutako energia potentziala ez da energia zinetiko bihurtuko. Izan ere, korrontearen

intentsitatea aldatzen ez denez, honek esan nahi du dq elementuak abiadura berdina duela a -tik b -ra joatean. Beraz, galdutako energia potentziala ez da energia zinetiko bihurtu. Energia hori galdu egin da. Zein da galdutako energia dt denboran, hain zuzen, potentzia?

$$P = V_{ab} \frac{dq}{dt} = V_{ab} I. \quad (35)$$

Honek erakusten du V_{ab} potentzial diferentzia dugunean zirkuitu bateko elementuko ertzen artean zeinetatik I korronea igarotzen den, $V_{ab} I$ potentzia galduko dela elementu horretan.

(35) ekuazioa orokorra da eta zirkuituko elementua edozein delarik izango da. Erresistentzia ohmiko bat bada elementu hori potentzia galera

$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (36)$$

izango da, non R erresistentzia den eta V erresistentziaren ertzen artean dagoen potentzial diferentzia. Erresistentzietan galtzen den energia hau bero moduan galtzen da. Izan ere, elektroiek ioiekin talka egiten dutenean hauek oszilatzen jartzen dira eta energia bero moduan igortzen dute. Bero moduko energia (edo potentzia) galera honi Joule-efektua deritzo.

3 Korrone zuzeneko zirkuituak

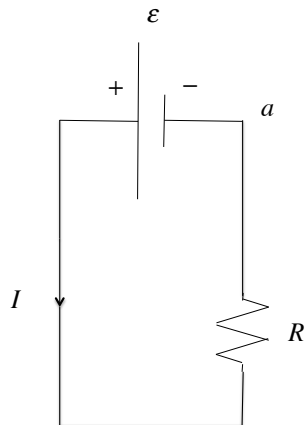
3.1 Indar elektroeragilea

Arestian aipatu bezala, eroale batean ezin da orekan korrone elektrikorik izan, kanpo-iturri bat behar dugu eroalean potentzial diferentzia bat ezarri eta hau denboran mantentzeko. Kanpo-iturri honek lan egin behar du eta elikatu egin behar du zirkuitu elektrikoa. Iturri honi indar elektroeragile (iee) deritzo eta pila bat, bateria bat edo eguzki-panel bat izan daiteke.

Demagun R erresistentzia bat duen zirkuitu sinplea dugula, zeinetan I korrone konstantea dugun (ikus 7 irudia). Demagun dq karga elementu positiboak erresistentzia zeharkatzen duela. Orduan, energia potentziala galduko du, 2.3 atalean azaldu dugun bezala. dq elementu hau berriro erresistentziazik pasatzeko eta korrone zuzen eta denboran konstante bat mantentzeko derrigorrezkoa izango da dq elementu horri galdu duen energia ematea. Beste modu batera esanda, dq elementua erresistentziazik pasa ostean iturriaren borne negatibora iristen denean hau borne positibora pasatzeko eta korrone elektrikoak jarrai dezan iturriak lan bat egin beharko du. Hau da iee-a: zirkuitu batean korrone zuzena mantentzeko karga unitateko egiten den lana,

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq}. \quad (37)$$

Ikusten denez, iee-a Volt unitatetan neurtzen da, potentzial diferentzia bat da.



Irudia 7: R erresistentzia eta ε iturriaz osaturiko zirkuitua, zeinen korrontearen intentsitatea I den.

Zirkuitu batean potentzial diferentziak nulua izan behar du, beraz. Hori baita energia kontserbatzeko eta korronte zuzena mantentzeko modua. 7 irudian erakusten den zirkuituan, potentzial aldaketa honelakoa izango da a puntutik abiatzen baldin bagara:

$$V_a + \varepsilon - IR = V_a. \quad (38)$$

Honela,

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \quad (39)$$

izango da zirkuituan dugun intentsitatea.

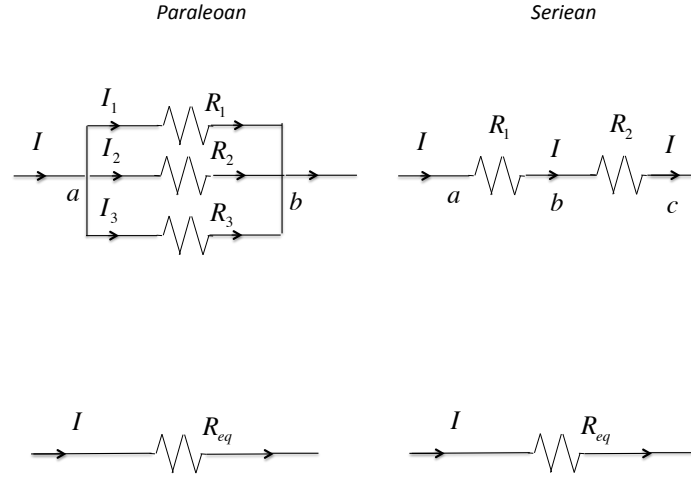
Iturri batetako iee-ak noski lan egiten du. Egiten duen lana denbora unitateko, zirkuituari ematen dion potentzia hain zuzen ere,

$$P = \varepsilon I \quad (40)$$

izango da. Hau erraz ondorioztatzen da (37) ekuazioa erabiliz iee-ak zirkuituari emango dion potentzia dW/dt eta $I = dq/dt$ direlako.

3.2 Erresistentzien elkarketak

Zirkuitu batean erresistentziak elkartuz zirkuituaren erresistentzia molda daiteke. Ikus dezagun orain nola aldatzen den zirkuituaren erresistentzia baliokidea erresistentziak seriean edo paraleloan elkartuz gero.



Irudia 8: Erresistentzien elkarketak seriean eta paraleloan.

3.2.1 Erresistentziak seriean

8 irudiko eskuin aldean bi erresistentzia seriean elkarturik erakusten dira. Bi erresistentziek I korronea daramate. Erresistentzia bakoitzean potentziala txikituko da. Hain zuzen ere,

$$V_{ab} = V_a - V_b = IR_1 \quad (41)$$

$$V_{bc} = V_b - V_c = IR_2. \quad (42)$$

Erresistentzia baliokidea duen zirkuitu bat hartzen badugu

$$V_{ac} = V_a - V_c = IR_{eq} \quad (43)$$

beteko da, R_{eq} erresistentzia baliokidea izanik. V_{ac} potentzial diferentzia R_1 eta R_2 erresistentzietan dagoen potentzial diferentzien batura denez,

$$V_{ac} = V_{ab} + V_{bc} = I(R_1 + R_2) = IR_{eq}, \quad (44)$$

garbi dago erresistentzia baliokidea

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (45)$$

dela.

Bi erresistentzia beharrean n erresistentzia serian kokatuz gero,

$$R_{eq} = R_1 + \dots + R_n \quad (46)$$

izango da. Ikusten denez erresistentzia baliokidea handitu egiten da erresistentziak serian elkartuz. Izatez erresistentzia baliokidea serian konektaturiko edozein erresistentzia baino handiagoa da: $R_{eq} > R_i$.

3.2.2 Erresistentziak paraleloan

8 irudiko eskuin aldean erakusten dira paraleloan kokaturiko hiru erresistentzia. Hasieran I korrontea dugu eta hau nodora iristean banatu egiten da hiru adarretan. Karga kontserbatzen delako, hau da, zirkuitutik desagertzen ez delako,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (47)$$

izan behar da. Hiru erresistentziak paraleloan daudenez potentzial diferentzia berdina dute: V_{ab} . Ondorioz,

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1} \quad I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2} \quad I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}. \quad (48)$$

Beraz, kontuan hartuz zirkuituko $I = V_{ab}/R_{eq}$ izango dela,

$$I = \frac{V_{ab}}{R_{eq}} = V_{ab} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \quad (49)$$

eta

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (50)$$

izango da erresistentzia baliokidea.

Hiru erresistentzia beharrean n bagenitu

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (51)$$

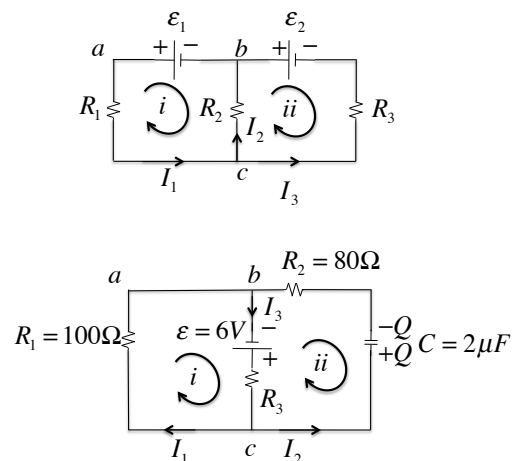
izango zen erresistentzia baliokidea. Beraz, erresistentziak paraleloan jarritz gero erresistentzia baliokidea txikitzen da. Erresistentzia baliokidea paraleloan elkarturiko edozein erresistentzia baino txikiagoa da: $R_{eq} < R_i$.

3.3 Zirkuituetako Kirchhoff-en arauak

Zirkuitu elektrikoak konplexuak izan daitezke, elementu eta adar askoz osatutak. Zirkuituko adar bakoitzetik pasako den intentsitatea kalkulatzeko Kirchhoff-en arauak erabiltzen dira.

Zirkuituetan dugun karga ez denez ez agertzen ezta desagertzen ere, zirkuitu bateko nodo batean, non adar desberdinek bat egiten duten, nodora sartzen den korrontea eta ateratzen dena berdina da:

$$I_{sartu} = I_{ateratzen}. \quad (52)$$



Irudia 9: Kirchhoffen arauak erabiltzeko bi adibide.

Honi **nodoen araua** deritzo.

Bestetik, korrante zuzeneko zirkuitu batean energia kontserbatzen da. Horregatik zirkuitu bateko sare itxi bat hartzen badugu eta puntu batetik abiatuz puntu berdinerara itzultzen bagara, potentzialak berdina izan behar du. Hau da, sare itxi batean potentzial diferentziak nulua izan behar du:

$$\Delta V_{sare\ itxia} = 0. \quad (53)$$

Honi **sareen araua** deritzo.

Adibidea:

Har dezagun 9 irudiko goiko zirkuitua eta saia gaitezen kalkulatzeko Kirchhoffen arauen bitartez zein izango den zirkuituko adar bakoitzetik pasako den korrantea. Kirchhoffen arauak aplikatzeko ondorengo pausoak jarraitu behar dira:

1. Zirkuituaren adar bakoitzean korrante bat irudikatu, korrantearen jarioari noranzko bat egokituz.
2. Nodoen araua erabili. Kasu honetan bi nodo ditugu, b eta c puntuetan. Hauek dira lortzen ditugun ekuazioak:

$$b : I_2 + I_3 = I_1 \quad (54)$$

$$c : I_1 = I_2 + I_3. \quad (55)$$

Ikusten denez, bi ekuazioak berdinak dira (ez dira linealki independenteak) korrante berdinak agertzen zaizkigulako bi nodoetan. Orokorrean, N_{nodo} badaude zirkuituan, $N_{nodo} - 1$ ekuazio linealki independente lortuko ditugu nodoen arautik.

3. Sareen araua erabili. Adibide honetan bi sare itxi hartu ditugu i eta ii bezala izendatuak. Froga daiteke ere zirkuitu batean $N_{sare\ itxi}$ osatu baditzaiegu, $N_{sare\ itxi} - 1$ direla soilik linealki independente. Horregatik hartu ditugu adibide honetan bi sare bakarrik (3 sare itxi ditugu guztira). Ikus dezagun nola aldatzen den sare bakoitzean potentzial diferentzia a eta b puntutik hasita, hurrenez hurren, eta irudikatutako noranzkoetan:

$$i : \quad V_a - \varepsilon_1 + I_2 R_2 + I_1 R_1 = V_a \quad \rightarrow \quad I_2 R_2 + I_1 R_1 = \varepsilon_1 \quad (56)$$

$$ii : \quad V_b - \varepsilon_2 + I_3 R_3 - I_2 R_2 = V_b \quad \rightarrow \quad I_3 R_3 - I_2 R_2 = \varepsilon_2 \quad (57)$$

Sareen arauai dagozkien ekuazioak idazterakoan kontua izan behar da zeinuenekin. Sareen araua aplikatzeko aukeratutako noranzkoak eta korranteari egokitutako noranzkoak zehatuko dute zirkuituko elementu bakoitzean nola aldatuko den potentziala, hau da, handituko edo txikituko den.

4. Lortutako ekuazio-sistema ebatzi, adibide honetan (54), (56) eta (57) ekuazioek osatzen dutena. I_1 , I_2 eta I_3 aldagai ezezagunak ditugunez, baina hiru ekuazio linealki independente ditugunez, problema ebatz daiteke. Gerta liteke ekuazio-sistema ebatzi ostean korronteren bat negatiboa izatea. Horrek esan nahiko luke hasieran aukeratutako korrante horren noranzkoa ez dela zuzena, kontrakoa baizik.

Adibidea:

Har dezagun orain 9 irudiko azpiko adibidea. Nodoen eta sareen arauak erabiliz erraz lortzen dira hiru ekuazio hauek:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (58)$$

$$\varepsilon - I_3 R_3 - I_1 R_1 = 0 \quad (59)$$

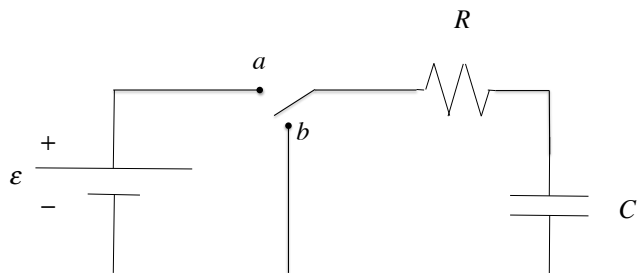
$$I_2 R_2 + V_C + I_3 R_3 - \varepsilon = 0, \quad (60)$$

non V_C kondentsadoreko potentzial diferentzia den. Suposa dezagun jakin nahi dugula zein den R_3 erresistentzia $I_3 = 50mA$ korrante egonkorra izateko. Zirkuituaren I_2 adarrean korrontea egongo da soilik kondentsadorea kargatzen ari den bitartean, baina karga maximoa lortu duenean eten egingo da korrante hori eta ez dugu korronterik izango bertan. Hortaz, zirkuitua egonkortzen denean $I_2 = 0$. Beraz,

$$I_1 = I_3 \quad (61)$$

$$\varepsilon = I_3 R_3 + I_1 R_1 \quad (62)$$

$$V_C = \varepsilon - I_3 R_3, \quad (63)$$



Irudia 10: Kondentsadorearen karga eta deskarga aztertzeako zirkuitua.

eta

$$R_3 = \frac{\varepsilon}{I_3} - R_1 = 20\Omega. \quad (64)$$

Bestetik, kondentsadorean dugun potentzial diferentzia

$$V_C = \varepsilon - I_3 R_3 = 5V \quad (65)$$

da. Honela, kondentsadorean metatuko den Q karga

$$Q = V_C C = 10\mu C \quad (66)$$

izango da.

3.4 RC zirkuituak

Azkenengo adibidean erakutsi bezala, zirkuitu batean kondentsadore baten presentziak eragin handia izan dezake zirkuituaren korrontean. Izatez kondentsadore bat badugu eta hau iturri batera konektatzen badugu, kargatzen joango da. Korrontea izango dugu zirkuituan kondentsadorea kargatzen den bitartean, baina guztiz kargatzean eten egingo da korrontea. Bestetik, kargatuta dagoen kondentsadore bat hartzen badugu eta bere aldeak konektatzen baditugu deskargatu egingo da, korrontea egingo delarik deskargatzen den bitartean.

Kondentsadoreen karga eta deskarga prozesua aztertzeke kontsidera dezagun 10 irudiko zirkuitua, non R erresistentzia, C kondentsadorea eta ε iturria dugun.

3.4.1 Kondentsadoreen karga

Suposa dezagun kondentsadorea deskargatuta dagoela $t = 0$ aldiunean eta orduan kommutadorea a posizioan jartzen dugula. Garbi dago zirkuitutik korrontea pasatzen eta kondentsadorea kargatzen hasiko dela. Kondentsadorea guztiz kargatzen denean, ordea, korrontea eten egin beharko da.

Prozesua ongi aztertzeke Kirchhoffen arauak aplikatu behar ditugu. Kommutadorea a posizioan dugunean sare eta adar bakarra dugunez, sarearen araua aplikatuz

$$\varepsilon - IR - \frac{q}{C} = 0 \quad (67)$$

ekuazioa izango dugu, q aldiune jakin batean kondentsadoreak izango duen karga izanik. Bertan suposatu dugu (eta hala da) korrontea iturriaren borne positibotik negatibora doala eta, ondorioz, borne positiboarekin konektatutako kondentsadorearen aldea positiboki kargatuko dela eta bestea negatiboki. Zirkuituko korrontea kondentsadorean metatzen den kargarekin lotuta egongo da. Hau da, korrontearen definiziotik abiatuta

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (68)$$

Honek argi erakusten du kondentsadorean dugun karga aldatzen ez bada korronterik ez dela egongo zirkuituan. Hau aurreko ekuazioan ordezkatzuz

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} - \varepsilon = 0 \quad (69)$$

ekuazio diferentziala dugu. Honen soluzioak esango digu nola aldatzen ari den denborarekin kondentsadorearen karga, $q(t)$.

(69) ekuazioa lehen mailako koefiziente konstanteko ekuazio diferentzial bat da. Hauek ebazteko komeni da

$$q(t) = Ae^{\alpha t} + B \quad (70)$$

moduko soluzioak frogatzea. Hau (69) ekuazioan ordezkatzuz

$$RA\alpha e^{\alpha t} + \frac{A}{C}e^{\alpha t} + \frac{B}{C} - \varepsilon = 0 \quad (71)$$

dugu. Ekuazio hau edozein t aldiunean bete dadin, exponentzialarekin doazen gaiak zein gai askeak nuluak izan behar dira. Hots,

$$\alpha R + \frac{1}{C} = 0 \quad \rightarrow \quad \alpha = -\frac{1}{RC} \quad (72)$$

$$\frac{B}{C} - \varepsilon = 0 \quad \rightarrow \quad B = \varepsilon C. \quad (73)$$

Beraz,

$$q(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + \varepsilon C \quad (74)$$

(69) ekuazio diferentzialaren soluzioa da. Ekuazioa ebatzi badugu ere A konstantea zehaztu behar dugu. Hau hastapen baldintzak aplikatuz kalkulatu dugu. $t = 0$ denean kondentsadorea deskargatuta dagoenez

$$q(t = 0) = A + \varepsilon C = 0 \quad \rightarrow \quad A = -\varepsilon C. \quad (75)$$

Beraz hastapen baldintza betetzen duen soluzioa

$$q(t) = \varepsilon C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (76)$$

da. (68) ekuazioa erabiliz, zirkuituko korrontearen intentsitatea

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (77)$$

bezala aldatuko dela denborarekin ondoriozta dezakegu.

11 irudian erakusten da nolakoa den $q(t)$ eta $I(t)$ funtzioen eboluzioa denborarekin. Argi ikusten da $t = 0$ aldiunean, kondentsadorea deskargatua dagoenean, dugun korrontea maximoa dela, $I = \varepsilon/R$, kondentsadorerik gabe izango genukeena. Kondentsadorea kargatzen doan heinean korrontea txikitzen doa eta kondentsadoreak bere $Q = C\varepsilon$ karga maximoa lortzen duenean korrontea guztiz eteten da.

Kondentsadorearen karga prozesuaren abiadura kontrolatzen du RC biderkadurak. RC biderkadura are eta handiagoa izan, orduan eta motelagoa izango da kargatze prozesua. Hau dela eta,

$$\tau = RC \quad (78)$$

definitzen da, zeini debora-konstante deritzon.

3.4.2 Kondentsadoreen deskarga

Suposa dezagun orain, kondentsadorea kargatuta dagoela $t = 0$ aldiunean eta orduantxe konmutadorea b posizioan kokatzen dugula. Orduan, kondentsadorea deskargatzen hasiko da kontrako noranzkoko korronte bat sortuz. Kirchhoffen sareen araua berriro aplikatuz,

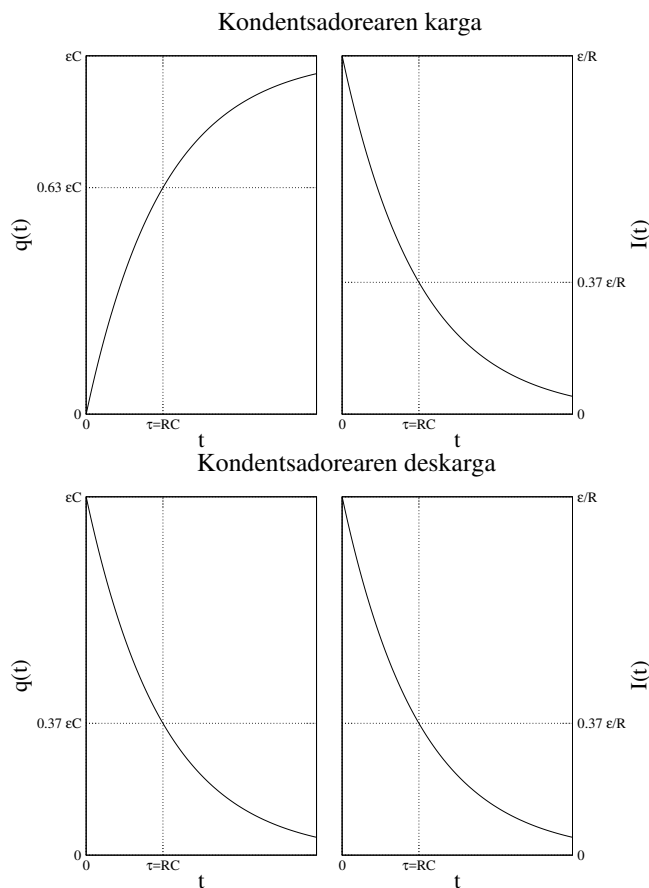
$$IR - \frac{q}{C} = 0 \quad (79)$$

izango dugu. Orain, ordea,

$$I = -\frac{dq}{dt} \quad (80)$$

izango da, dq/dt negatiboa delako (karga kondentsadorean txikitzen doa) eta korrontea positibotzat hartu dugulako. Beraz,

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (81)$$



Irudia 11: Kondentsadorearen karga eta deskargaren korrontearen eta kondentsadorearen kargaren eboluzioa denboraren funtzioan.

da ebatzi behar dugun ekuazio diferentziala.

Ekuazio diferentzial hau berriro ere koefiziente konstanteko ekuazio bat da eta (70) moduko soluzioak frogatuz ebatz daiteke erraz. Hastapen baldintza $q(t=0) = \varepsilon C$ dela kontuan hartuz (kondentsadorea guztiz kargatuta dago),

$$q(t) = \varepsilon C e^{-\frac{t}{RC}} \quad (82)$$

dela soluzioa ikus dezakegu. (80) ekuazioa erabiliz

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (83)$$

izango da korrontea.

Deskarga prozesuan korrontearen eta kargaren denboraren aldaketak 11 irudian aurkezten dira. Ikusten denez, orain karga eta korrontea txikitzen doaz

denborarekin. Berriro ere $\tau = RC$ denbora-konstanteak zehazten du zein azkarra izango den deskarga prozesua, τ handia denean deskarga prozesua motela izango da eta txikia denean azkarra.