

Indukzio elektromagnetikoa

Gaien Aurkibidea

1	Sarrera	1
2	Faraday-ren legea	2
2.1	Lenz-en legea	4
3	Mugimenduko indar elektrtoeragilea	4
3.1	Mugimenduko iee-aren indarra, energia eta potentzia	6
4	Korronte alternoko sorgailuak	7

Erreferentziak

- *Física Universitaria* 13. edizioa. Sears eta Zemansky. Pearson: 29. eta 30. kapituluak
- *Fisika zientzialari eta ingeniarietzat*. Fishbane, Gasiorowicz eta Thornton. UPV/EHU: 31. eta 33. kapituluak

1 Sarrera

Korronte elektrikoek eremu magnetikoak sortu ditzazketen moduan, eremu magnetikoek ere, egoera zehatz batzuetan, eremu elektrikoak eta, ondorioz, korronte elektrikoak sortzeko gai dira. Honi indukzio elektromagnetikoa deritzogu. Honen nolabait eremu elektriko eta magnetikoa elkarren artean loturik dudela erakusten digu eta magnetismoaz edo elektrostatikaz hitz egin beharrean elektromagnetismoaz hitz egin behar dugula azpimarratzen du.

Indukzio elektromagnetikoak izugarriko aplikazio teknologikoak dauzka, erabiltzen dugun elektrizitate gehiena, zentral termikoetan sortzen den guztia hain zuzen, indukzio elektromagnetikoari esker sortzen baita. Argindarra indukzio elektromagnetikoari esker dugu.

Ikusiko dugun moduan, indukzio elektromagnetikoa espira batean gertatzen den fluxu magnetikoaren aldakuntzagatik gertatzen da. Hau da, espira bat

zeharkatzen duen fluxu magnetikoa aldatzen bada, indar elektroeragile bat sortuko da eta, ondorioz, korrante elektriko bat.

2 Faraday-ren legea

Faradayren legeak zehazten digu nolakoa den induzitzen den indar elektroeragilea. Hitzen bidez honela adierazi dezakegu: espira batek definitzen duen gainazala zeharkatzen duen fluxu magnetikoa aldatzen bada, iee bat sortuko da espiran. Faradayren legeak ematen digu induzitutako ε indar elektroeragilea zein den:

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}, \quad (1)$$

non Φ_B espira zeharkatzen duen fluxu magnetikoa baita. Ikusten dugunez, induzitutako iee-a induzitutako eremu elektrikoaren lerro-integral bat bezala agertzen zaigu, lerro-integrala espira osora egin behar delarik. Induzitutako eremu elektrikoak edo iee-a soilik izango dugu, espira itxia zeharkatzen duen fluxua denborarekin aldatzen baldin bada.

Gogoratzen badugu,

$$\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_a - V_b \quad (2)$$

potenzial diferentzia bat da. Indukzio elektromagnetikoagatik sortzen den ε iee-a espira itxi batean sortzen den potentzial diferentzia da. Gogoratzen badugu, eremu elektrikoaren lerro integral bat lerro itxi batean nulua da, potentzial diferentzia nulua izango litzakeelako. Honek esan nahi du induzitzen diren eremu elektrikoak ezin direla idatzi potentzial baten deribatu moduan. Beste era batera esanda, induzitutako eremu elektrikoak sortzen dituen indar elektrikoak ez dira kontserbakorrak.

Faraday-ren legean bestalde espira zeharkatzen duen fluxua dugu. Hau

$$\Phi_B = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (3)$$

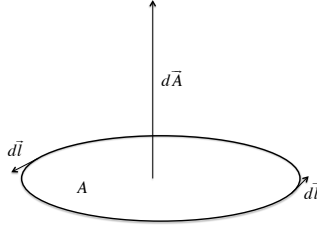
bezala kalkulatu dugu, non A espirak zehazten duen azalera baiten. 1 irudian erakusten den bezala, lerro-integrala egiteko noranzko bat aukeratzen baldin badugu orduan $d\vec{A}$ bektorea eskuin eskuko arauak zehaztuko du. Hau da, $d\vec{l}$ eta $d\vec{A}$ bektoreen noranzkoak loturik daude eskuin eskuko arauaren arabera.

Adibidea:

(2) irudian erakusten da L aldeko espira karratu bat $\vec{v} = v\hat{u}_x$ abiadurarekin higitzen. Espirak $\vec{B} = B\hat{u}_z$ eremu magnetikoa duen eskualdea zeharkatzen du. Eremua $x < 0$ eskualdera mugatzen da. Espirak R erresistentzia elektrikoak du. Kalkula dezagun zein izango den induzituko den I korronea.

Demagun $t = 0$ aldiunean espiraren eskuin aldea $x = 0$ puntura iristen dela. Orduan, $t < 0$ denean, espira zeharkatzen duen fluxua

$$\Phi_B = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = BA = BL^2$$



Irudia 1: Faradayren legea aplikatzeko $d\vec{A}$ eta $d\vec{l}$ bektoreen noranzkoen aukeraketa ez da arbitrarioa: $d\vec{l}$ aukeratzen badugu $d\vec{A}$ eskuin eskuko arauak zehaztuko du.

izango da. Ordea, $t > 0$ denean eremua ez da espira osotik pasako eta ondorioz fluxu magnetikoa txikitzen joango da

$$\Phi_B = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = BL(L - vt)$$

bezala, orain, eremu magnetikoa zeharkatzen duen aldeak $L - vt$ luzera izango baitu. Espira guztia kanpora ateratzen denean, $t = L/v$ denbora pasa ostean, $\Phi_B = 0$ izango da. Ikusten denez, fluxuak soilik denborarekiko menpeotasuna izango du espira ateratzen ari den bitartean. Bitarte honetan espiran sortuko den iew-a

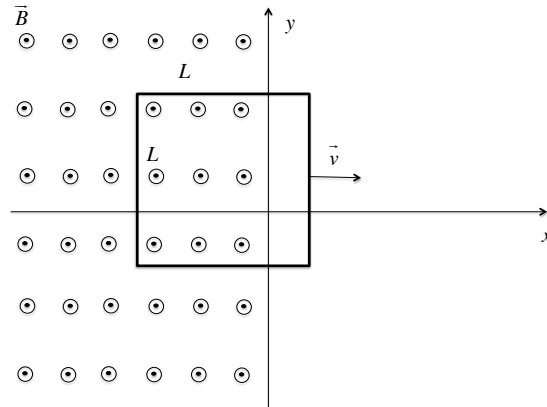
$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d[BL(L - vt)]}{dt} = BLv$$

izango da. Honela, espiratik izango dugun korrante elektrikoa Ohm-en legearen arabera

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv}{R}$$

izango da.

Korronteak zein noranzko duen jakiteko iew-a positiboa lortu dugula kontuan hartu behar dugu. Honek esan nahi du $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} > 0$ dela. Fluxu magnetikoa positibotzat hartu dugunez, honek esan nahi du $d\vec{A}$ bektorea \vec{B} -ren noranzko berdinekoa hartu dugula, hau da, $d\vec{A} = dA\hat{u}_z$. Ondorioz, $d\vec{l}$ bektorea eta $d\vec{A}$ bektorea eskuin eskuko arauaren arabera lotuta daudenez, $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ lerro-integrala erloju-orratzen aurkako noranzkoan egin dugu. Lerro-integrala positiboa denez, honek esan nahi du \vec{E} eremua $d\vec{l}$ bektorearen paraleloa dela. Beraz, induzitutako eremu elektrikoa erloju-orratzen aurkakoa da eta, ondorioz, induzitutako korrante elektrikoa ere.



Irudia 2: Espira karratu bat \vec{v} abiaduraz doa \vec{B} eremu magnetikoa dagoen eskualdean.

2.1 Lenz-en legea

Induzitutako korronteak zein noranzko izango duen zehaztu daiteke zuzenean (1) ekuazioaren bidez. Ordea, hau konplikatua izan daiteke $d\vec{A}$ eta $d\vec{l}$ bektoreen arteko harrema kontuan hartu behar delako. Lenz-en legeak korronte eta eremu induzituen noranzkoa zehazten laguntzen digu:

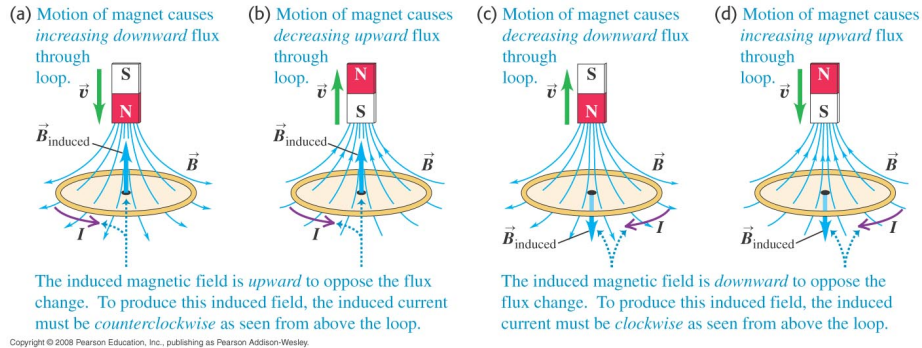
Induzitutako korronteak sortzen duen eremu magnetikoa bera sortu duen fluxu aldaketari aurka egiten dio

Beraz, fluxu elektrikoa txikitzen bada induzitutako korronte elektrikoa fluxua handitzen saiatuko da, eta, alderantziz, fluxua handitzen bada induzitutako korronteak fluxua txikitzen saiatuko da. Honen adibide batzuk erakusten dira 3 irudian.

3 Mugimenduko indar elektrtoeragilea

Indukzio elektromagnetikoaren ondorioz, mugimenduan dauden eroaleetan eremu elektrikoak induzitzen dira. Har dezagun hagatxo metaliko bat eskuin aldera higitzen ari dena \vec{v} abiaduraz \vec{B} eremu magnetiko perpendikularra dagoen eskualdean, 4(a) irudian erakusten den bezala. Hagatxo eroalean karga askeak ditugunez, eta hauek eremu magnetiko baten eraginpean higitzen ari direnez, kargak indar bat pairatuko dute.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (4)$$



Irudia 3: Espira batean sortzen den korrante induzituaren noranzkoa egoera desberdinetan Lenz-en legearen arabera.

ekuazioaren arabera, hagatxoaren goikaldean karga positiboak metatuko dira eta behealdean negatiboak. Ertzetan kargak metatuko direnez, eremu elektriko bat sortuko da. Eremu elektrikoaren noranzkoa kasu honetan goitik beherakoa izango da, karga positiboak goiko ertzean baitaude. Ondorioz, kargak indar magnetikoaz gain indar elektriko bat ere pairatuko dute, indar magnetikoaren norabide berdinekoa izango dena baina kontrako noranzkoko. Bi indar hauek moduluz berdinak direnean etengo da karga metaketa, hau da,

$$qE = qvB \quad (5)$$

denean. Ondorioz, karga metaketa eteten denean

$$E = vB \quad (6)$$

eremu elektriko sortzen da. Eremua konstantea dela suposatuz hagatxo osoan eta honen luzera L dela kontuan hartuz, hagatxoaren ertzen artean sortuko den potentzial diferentzia

$$\Delta V = V_a - V_b = EL = vBL \quad (7)$$

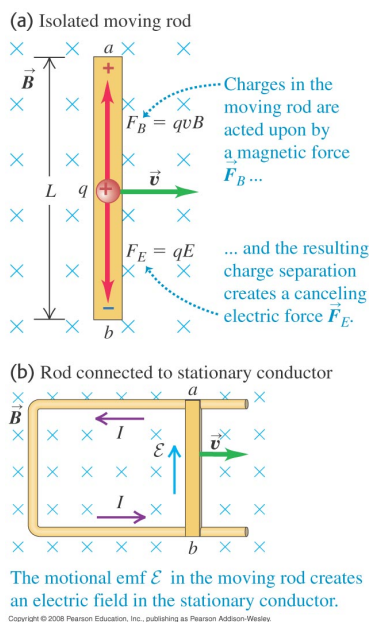
izango da.

Emaitza hau ere lortu daiteke, 4(b) irudian bezala, hagatxo U itxura duen beste hagatxo metaliko finko baten gainean higitzen ari dela suposatzen badugu. Hagatxo higikorra $t = 0$ aldiunean U itxurako hagatxoaren ertzean bazegoen, bi hagatxoek osatzen duten espira itxia zeharkatzen duen fluxu magnetikoa

$$\Phi_B = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = BLvt \quad (8)$$

da. Beraz, Faradayren legearen arabera iduzituko den izee-a

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -BLv \quad (9)$$



Irudia 4: Hagatxo metaliko bat \vec{v} abiaduraz higitzen ari da Espira batean sortzen den korrante induzituaren noranzkoa egoera desberdinetan Lenz-en legearen arabera.

izango litzake. Lenz-en legearen arabera, induzitutako korrantea erloju-orratzen aurkako noranzkoko izango da. Ikusten denez, lortu dugun potentzial diferentzia indar magnetikoa eta elektrikoa konparatuz lortu dugunaren berdina da eta korrantearen noranzkoak zentzua du aurretik goiko ertzean karga positiboa metatzearekin.

3.1 Mugimenduko ie-aren indarra, energia eta potentzia

Har dezagun orain berriro ere 2 irudiko egoera. Espira eremua dagoen eskualdetik irteten ari den bitartean

$$I = \frac{BLv}{R} \quad (10)$$

korrantea induzitzen dela ondorioztatu dugu lehen. Korrantearen noranzkoa erloju-orratzen aurkakoa dela ere ondorioztatu dugu. Korrante induzitua eremu magnetiko baten eraginpean dugunez, korrantea daroaten hariak indar magnetiko bat pairatuko dute. Espira karratuaren goiko aldeak

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} = ILB\hat{u}_y \quad (11)$$

indarra pairatuko du, beheko aldeak

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} = -ILB\hat{u}_y \quad (12)$$

indarra, ezker aldekoak

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} = -ILB\hat{u}_x \quad (13)$$

indarra eta eskuin aldekoak ez du indarrrik pairatuko hau ez baitago eremu magnetiko baten eraginpean. Espirak pairatzen dituen indar guztiak batuz ikusten dugu espiraren gaineko indar totala

$$\vec{F} = -ILB\hat{u}_x = -\frac{L^2B^2}{R}v\hat{u}_x = -\frac{L^2B^2}{R}\vec{v} \quad (14)$$

dela. Beraz, abiaduraren aurkako indar bat sortzen du indukzio elektromagnetikoak. Indar hau, marruskadura indar bat da, zeinen modulua abiaduraren proportzionala den, eta espira gelditzeko joera du.

Ondorioz, espira \vec{v} abiaduraz higitzeko \vec{F}_{kanpo} indar bat egin behar dugu induzitutako korranteak sortu duen indarrari aurka egiteko. Espiraren gaineko azelerazioa nulua izateko, $\vec{F}_{kanpo} = -\vec{F}$ izan behar da, \vec{F} (14) ekuazioko indar induzitua izanik. Kanpo indarrak beraz lan positiboa egin beharko du espira abiadura konstantez higitzeko. Denbora unitateko egingo duen lana, hau da, potentzia

$$P_{kanpo} = \vec{F}_{kanpo} \cdot \vec{v} = \frac{L^2B^2v^2}{R} \quad (15)$$

izango da. Hau kalkulatzeko indar konstante batek egiten duen potentzia indarraren eta abiaduraren arteko biderkadura eskalarra dela erabili dugu.

Espirak erresistentzia elektrikoa duenez, honek Joule efektuagatik potentzia bat xahutuko du. Potentzia hori

$$P_R = I^2R = \left(\frac{BLv}{R}\right)^2 R = \frac{L^2B^2v^2}{R} \quad (16)$$

da. Ikusten dugunez, kanpo indarrak espirari ematen dion potentzia berdina xahutzen da espirako erresistentzian. Hau energiaren kontserbazio eta transformazioaren adibidea da.

4 Korrante alternoko sorgailuak

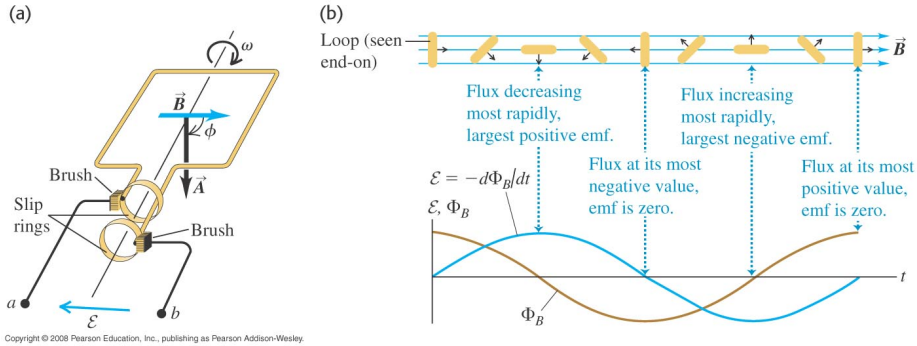
Abiadura angeluar konstantez higitzen ari den espira bat baldin badugu eremu magnetiko konstante bat dugun eskualdean, korrante alternoko sorgailu bat izango dugu.

Kontsidera dezagun 5 irudiko \vec{A} azaleradun espira, zein ω abiadura angeluarraz ari den biratzen \vec{B} eremu magnetikoa dugun eskualdean. Azalera bektorearen eta eremu magnetikoaren arteko angelua denboraren funtzioan aldatuko da $\phi = \omega t$ bezala. Beraz, espira zeharkatuko duen fluxua

$$\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iint B dA \cos \phi = BA \cos(\omega t) \quad (17)$$

bezala aldatuko da denborarekin. Espira bakarra beharrean N espira baditugu fluxua

$$\Phi_B = NBA \cos(\omega t) \quad (18)$$



Irudia 5: Espira bat abiadura angeluar konstantez ari da itzuliak ematen eremu magnetiko konstante bat dagoen eskualdean. Irudian ere erakusten da nolakoa den fluxuaren eta induzitutako izee-aren menpekotasuna denborarekin.

izango da. Honela, induzituko den izee-a

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = NBA\omega \sin(\omega t) \quad (19)$$

izango da. 5 irudian erakusten da fluxuaren eta induzitutako izee-aren denborarekiko menpekotasuna. Ikusten denez, sortutako izee-a denboraren funtzioan aldatzen da funtzio sinusoidal baten arabera. Beraz, korrante alternoko sorgailu bat lortu dugu espirak biraka jarritz.

Espiraren erresistentzia R bada, induzituko den korrantea

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{NBA\omega}{R} \sin(\omega t) \quad (20)$$

izango da. Korrante alternoa dugu.

Sorgailu alternoak ematen duen potentzia induzitutako izee-a bider korrantea izango da, hau da,

$$P = \varepsilon I = \frac{(NBA\omega)^2}{R} \sin^2(\omega t). \quad (21)$$

Ikusten denez, potentzia ere aldatzen da denboraren funtzioan, baina korrantea edo izee-a ez bezala beti da positiboa. Hau da, sorgailu alternoa beti ari da potentzia ematen. Sorgailu alterno batek ematen duen potentzia denborarekin aldatzen denez, batez-besteko potentzia kalkulatu ohi da. Hots, T oszilazio baten periodoa izanik,

$$\langle P \rangle = \frac{\int_0^T P(t) dt}{T} = \frac{(NBA\omega)^2}{R} \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = \frac{(NBA\omega)^2}{R} \frac{1}{T} \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \frac{(NBA\omega)^2}{R} \quad (22)$$

da batez-besteko potentzia, potentzia maximoaren erdia hain zuzen.

Noski espira bat eremu magnetiko baten eraginpean abiadura angeluar konstantez biratzeko kanpo indar batek indar momentu bat sortu behar du. Bestela,

espira ez litzake biratzen egongo indar momentu bat sortuko baita $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ balioarekin zeinek biraketari kontra egingo dion. Horregatik da beharrezkoa kanpoko indar mekaniko batek, hots ur lurrinak sortutako presioak, lan egitea eta energia xahutzea espira abiadura angeluar konstantez mantentzeko.